

Research Reports of the National Institute  
of Industrial Safety, NIIS-RR-2004 (2005)  
UDC 573.2, 621.319.7

## 背面が接地された材料の帯電防止性能評価の理論\*

大澤 敦\*\*

### Theoretical Evaluation of Electrostatic Properties of Thin Materials with Grounded Backing Conductor\*

by Atsushi OHSAWA\*\*

**Abstract:** This paper derives analytical expressions for surface potential distributions on thin materials having a grounded backing conductor from using the model of a distributed resistor-capacitor network. In this paper, their steady-state and transient solutions for disk and rectangular thin materials are applied for determining the resistance to ground and charge relaxation, which characterize their antistatic properties.

Thin materials having a grounded backing conductor are often found in industry, such as floors, sheets on desks or stocking shelves, liners and paints on metal surfaces, etc. The static charges of the materials themselves and an object on them (e.g., a human body on a floor) introduce electrostatic hazards and troubles in many fields of manufacturing industries. To prevent such hazards and troubles, many types of antistatic materials have been developed. However, there are sometimes problems that some of them are ineffective for reducing the charges. For example, materials, of which only surface resistance is as low as specified for the antistatic, cannot reduce the charge. To evaluate antistatic materials we usually measure their resistances and sometimes charge decay time is additionally measured in accordance with any standard method. The analytical solutions of resistance and charge decay, therefore, may be useful to discuss such measured results.

Consequently, the analytical expressions demonstrate that both the resistance and charge relaxation as well as the surface potential distribution strongly depend on  $\rho_s/(\rho_v\delta)$ , that is, the ratio of surface resistance to volume resistance per unit square area, where  $\delta$ : thickness of the material,  $\rho_s$ : surface resistivity,  $\rho_v$ : volume resistivity. Since the solutions are expressed by the functions of the surface and volume resistivities, permittivity and dimensions, the solutions are meaningful for evaluating and designing antistatic materials.

**Keywords;** Circuit network model, Electrostatic hazards, Antistatic materials, Surface potential, Resistance to ground, Charge relaxation

---

\* Electrostatics 2003および静電気学会誌28 1 (2004) 71-76に一部発表  
\*\* 物理工学安全研究グループPhysical Engineering Safety Research Group

## 1. はじめに

接地された導体の上に薄く絶縁物等の材料がコーティングあるいは配置されているものをよく見かけることができる。たとえば、床、作業台のシート、グラスライニング（薬品などの耐腐食のためベースの金属にガラス等をコーティングしたもの）、金属の塗装面などがそれにあたる。床では人体の帯電防止（人体からの静電気放電による災害、障害防止）の観点から、また、作業台シートでは静電気による生産障害、製品破壊防止、グラスライニングでは薬品等の帯電防止のため、これらの製品には帯電防止性能を有する材料が用いられている。しかしながら、なかには帯電防止性能を示さない材料や製品がある。たとえば、表面抵抗のみが帯電防止性能の要件を満たしている床などである<sup>1)</sup>。帯電防止性能の要件を誤って解釈したこのような製品や材料を排除することも含めて、帯電防止材料の静電気特性と帯電防止性能の要件を理論的に把握することは各種の材料（製品）の性能評価や設計に重要である。

背面が接地された薄い材料の表面電位は、円形状あるいは長方形状において、表面・体積抵抗率と誘電率に依存する微小体積要素の抵抗と容量で構成される分布回路を用いてモデル化することによって、解析的に解くことが可能である<sup>2, 3)</sup>。このような回路モデルによる解析は一次元モデル<sup>4, 5)</sup>やタンク内のグラスライニング<sup>6)</sup>に応用されている。また、筆者<sup>7, 8)</sup>は抵抗-容量分布回路モデルを用いて正方形の材料の無次元化による包括的な数値解を示し、帯電防止床の性能評価に応用した。しかしながら、解析解は数値解とは異なり、現象を物理的に理解することができ、漏洩抵抗や緩和時間の評価試験データなどの実際の現象を理論的に説明にすることができるという利点がある。

帯電防止性能は材料（製品）の漏洩抵抗および電荷緩和によって特徴づけられ、帯電防止にコロナ放電を利用したものを除いて通常の帯電防止材料においてその性能の評価試験では抵抗測定が行われ、必要に応じて電荷緩和時間が測定されるのが一般的である。本論文では解析的に解かれた円板状・長方形の薄い材料の表面電位分布の定常解を漏洩抵抗に、過渡解を電荷緩和に応用する。

## 2. モデル

本理論は円板状の材料の半径あるいは長方形の材料の辺の長さがそれらの厚さ $\delta$ よりも十分に長く、片面が静電的に接地された（材料内部では厚さ方向の体積抵抗を経由した電流のみで、内部で水平方向の電

流は無視できる）ものに適用される。帯電している部分あるいは評価試験などで置かれる電極の位置は材料の中心とした。また、電流は中心から徐々に体積抵抗を通して反対面の接地へと流れ、材料の側面の表面抵抗が全体積抵抗よりも十分に小さくならない（体積抵抗による厚み方向の電流 $\gg$ 側面の表面抵抗による電流）かぎり、中心から遠く離れた端では表面電流は中心に比べて十分に小さくなるので、材料の端での境界条件として開放回路（端で表面電流がゼロ）を仮定した。これらの条件の下で、対象の薄い材料はFig. 1のように微小要素の表面抵抗、体積抵抗および容量で構成される抵抗-容量分布回路で表すことができる。

この抵抗-容量分布回路モデルの妥当性は種々の床材の実験によって確認されている<sup>7)</sup>。

### 2.1 円板状材料のモデル

軸対称を仮定すると1次元モデルとして取り扱うことができるので、円板状の材料の等価回路はFig. 1aのように半径 $r$ の位置における径方向の単位長さあたりの表面および体積抵抗 $R_s$ 、 $R_v = 1/G_v$ （ $G_v$ :コンダクタンス）と容量 $C$ で表すことができる。任意の位置 $r$ において微小幅 $dr$ に相当する表面抵抗 $R_s dr$ 、コンダクタンス $G_v dr$ および容量 $C dr$ を用いて、この格子点においてキルヒホッフの電流・電圧則を適用すると、

$$v(r-dr) - v(r) = -R_s dr \ i(r) \quad (1)$$

$$i(r) - i(r+dr) = G_v dr \ v(r) - C dr \ \frac{dv(r)}{dt} \quad (2)$$

となり、表面電位 $v(r,t)$ 、表面電流 $i(r,t)$ に関する回路方程式は

$$\frac{\partial v(r,t)}{\partial r} = -R_s i(r,t) \quad (3)$$

$$\frac{\partial i(r,t)}{\partial r} = -G_v v(r,t) - C \frac{\partial v(r,t)}{\partial t} \quad (4)$$

となる。ここで、材料の表面および体積抵抗率 $\rho_s$ 、 $\rho_v$ 、誘電率 $\varepsilon$ を用いて

$$R_s = \frac{\rho_s}{2\pi r}, \quad G_v = \frac{2\pi r}{\rho_v \delta} \equiv \frac{1}{R_v}, \quad C = \frac{2\pi \varepsilon r}{\delta} \quad (5)$$

である。式(3)の微分を式(4)に代入して、

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - R_s G_v v - R_s C \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

または、

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} v - \frac{\rho_s \varepsilon}{\delta} \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

の円板状材料の表面電位の式を得る。

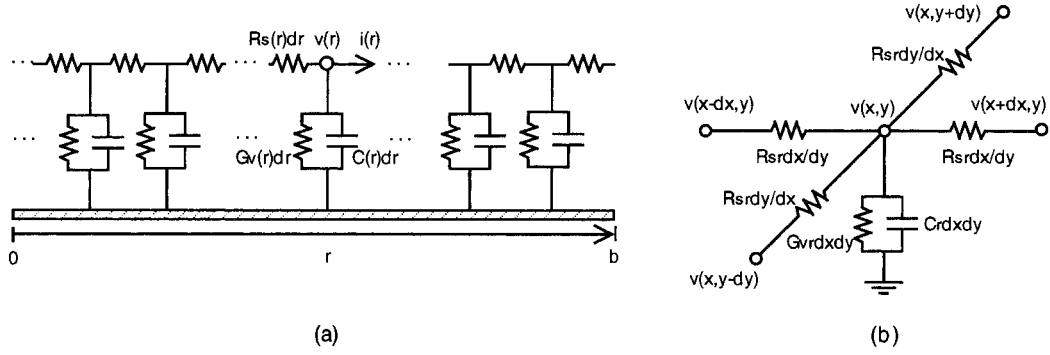


Fig. 1 Equivalent circuit models.(a) Equivalent network for disk materials having a grounded backing conductor and (b) small segment of equivalent circuit for rectangular materials on a grounded conductor.

片面が接地された薄い材料の等価回路モデル(a) 円板状材料の等価回路, (b) 長方形シート状材料の微小体積要素の等価回路

## 2.2 長方形シート状材料のモデル

長方形の材料の微小体積要素の等価回路はFig. 1bのように表される。表面電位の式はFig. 1bの中心の格子点におけるキルヒホッフの電流則を適用した電流の式

$$\begin{aligned} & \frac{v(x,y) - v(x+dx,y)}{R_{sr} \frac{dx}{dy}} \\ & + \frac{v(x,y) - v(x-dx,y)}{R_{sr} \frac{dx}{dy}} \\ & + \frac{v(x,y) - v(x,y+dy)}{R_{sr} \frac{dy}{dx}} \\ & + \frac{v(x,y) - v(x,y-dy)}{R_{sr} \frac{dy}{dx}} \\ & + G_{vr} dx dy v(x,y) + C_r dx dy \frac{dv(x,y)}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

から導出される。ここで、 $R_{sr}$ 、 $G_{vr}$ 、 $C_r$ は単位長さを1辺とする正方形の断面を持つ材料の表面抵抗、コンダクタンスおよび容量である。式(8)より長形状材料の表面電位  $v(x,y,t)$  の式は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - R_{sr} G_{vr} v - R_{sr} C_r \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

または、表面および体積抵抗率  $\rho_s$ 、 $\rho_v$ 、誘電率  $\epsilon$  を用いて、

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} v - \frac{\rho_s \epsilon}{\delta} \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

と表される。ここで、

$$R_{sr} = \rho_s, \quad G_{vr} = \frac{1}{\rho_v \delta} \equiv \frac{1}{R_{vr}}, \quad C_r = \frac{\epsilon}{\delta} \quad (11)$$

である。

## 3. 表面電位の解析解

ここで求めている過渡解は電荷緩和に応用されるので、時刻  $t=0$  においてのみ初期表面電位が与えられたときの解を示している。

### 3.1 円板状材料の過渡解

円板状材料の過渡解は

$$\begin{aligned} v(r,t) &= A_0 \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \epsilon}\right) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(a_n r) \exp\left[-\left(\frac{1}{\rho_v \epsilon} + \frac{\delta a_n^2}{\rho_s \epsilon}\right)t\right] \end{aligned} \quad (12)$$

または、

$$\begin{aligned} v(r,t) &= A_0 \exp\left(-\frac{t}{R_v C}\right) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(a_n r) \exp\left[-\left(\frac{1}{R_v C} + \frac{a_n^2}{R_s C}\right)t\right] \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ここで、 $A_0$ 、 $A_n$ はベッセル関数の直交多項式<sup>9)</sup>を用いて、

$$A_0 = \frac{2}{b^2} \int_0^b r f(r) dr \quad (14)$$

$$A_n = \frac{2}{J_0^2(a_n b)} \int_0^b r f(r) J_0(a_n r) dr \quad (15)$$

である。ただし、 $f(r) = v(r,0)$ は時刻  $t=0$  における初期表面電位分布、 $J_0$ と $J_1$ は第1種のベッセル関数、 $b$ は材料の半径、 $a_n b$ は $J_1=0$ の $n$ 番目の解である。

たとえば、初期電位分布が  $v(r,0) = V (0 \leq r \leq b)$  のとき、 $A_0 = V$ 、 $A_1 = 0$ となり、その過渡解は

$$v(r,t) = V \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \varepsilon}\right) \quad (16)$$

となり、また、初期電位分布が  $v(r,0) = V (0 \leq r \leq a)$ ,  $v(r,0) = 0 (a < r \leq b)$  のとき

$$v(r,t) = \frac{a^2}{b^2} V \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \varepsilon}\right) + 2aV \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(a_n a) J_0(a_n r)}{a_n J_0^2(a_n b)} \times \exp\left[-\left(\frac{1}{\rho_v \varepsilon} + \frac{\delta a_n^2}{\rho_s \varepsilon}\right)t\right] \quad (17)$$

となる。

### 3.2 円板状材料の定常解

式(7)の時間微分項を 0 とおいて、定常状態における円板状材料の表面電位の式は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} v = 0 \quad (18)$$

となる。これを解くために境界条件として規格で抵抗測定に用いられる標準電極のように円柱電極の境界を与える。端での境界条件は  $i(b) = 0$  より  $\partial v / \partial r|_{r=b} = 0$  となる。中心に半径  $a (a < b)$  の電極をおき、それに電圧  $V$  を印加したときの表面電位は

$$v(r) = \frac{K_1(\sqrt{\chi} b) I_0(\sqrt{\chi} r) + I_1(\sqrt{\chi} b) K_0(\sqrt{\chi} r)}{K_1(\sqrt{\chi} b) I_0(\sqrt{\chi} a) + I_1(\sqrt{\chi} b) K_0(\sqrt{\chi} a)} V \quad (19)$$

( $a \leq r \leq b$  のとき)

となる。ここで、

$$\chi = \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} \left( = R_s G_v = \frac{R_s}{R_v} \right) \quad (20)$$

$I_0, I_1$  は第 1 種の変形ベッセル関数、 $K_0, K_1$  は第 2 種の変形ベッセル関数である。

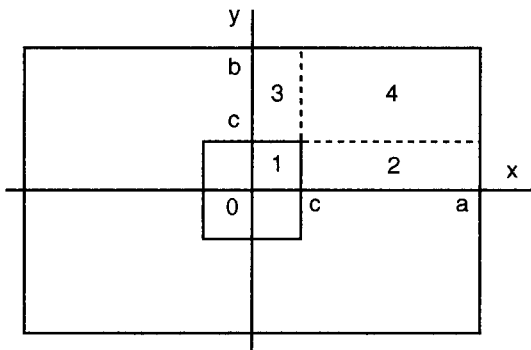


Fig. 2 Coordinates and subdivided regions for the potential calculation of rectangular materials. 長方形シート状材料の表面電位を解くための座標と分割

### 3.3 長方形シート状材料の過渡解

Fig. 2 のように長方形の材料の中心を原点として各辺の長さを  $2a, 2b$  とする。与えた境界条件の端で表面電流がゼロであることから、境界条件として  $\partial v / \partial x|_{x=-a, a} = 0$  と  $\partial v / \partial y|_{y=-b, b} = 0$  を用いると、表面電位  $v(x,y,t)$  は

$$v(x,y,t) = \sum_{n,m=0}^{\infty} A_{nm} \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \times \exp\left\{-\left[\frac{1}{\rho_v \varepsilon} + \frac{\delta \pi^2}{\rho_s \varepsilon} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}\right)\right]t\right\} \quad (21)$$

または、

$$v(x,y,t) = \sum_{n,m=0}^{\infty} A_{nm} \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \times \exp\left\{-\left[\frac{1}{R_{v,C_r}} + \frac{\pi^2}{R_{s,C_r}} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}\right)\right]t\right\} \quad (22)$$

となる。ここで、 $A_{00}, A_{nm}$  は 2 重フーリエ級数を用いて、

$$A_{nm} = \frac{1}{ab} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \varepsilon_n \varepsilon_m f(x,y) \times \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} dx dy \quad (23)$$

( $n, m = 0, 1, 2, \dots$ )

また、

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1 & (k \neq 0) \\ \frac{1}{2} & (k = 0) \end{cases} \quad (24)$$

であり、 $f(x,y) = v(x,y,0)$  は時刻  $t=0$  における初期表面電位分布である。この初期電位分布が  $v(x,y,0) = V (-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b)$  のとき、 $A_{00} = V, A_{0m} = 0, A_{n0} = 0$ , そして、 $n, m \neq 0$  で  $A_{nm} = 0$  となるので、この過渡解は

$$v(x,y,t) = V \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \varepsilon}\right) \quad (25)$$

となる。また、初期電位分布が

$$v(x,y,0) = \begin{cases} V (-c_1 \leq x \leq c_1, -c_2 \leq y \leq c_2) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (26)$$

のとき ( $c_1 < a, c_2 < b$ )、過渡解は

$$v(x,y,t) = \frac{c_1 c_2}{ab} V \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \varepsilon}\right) + \frac{2c_2}{b} V \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi c_1}{a} \cos \frac{n\pi x}{a}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp\left\{-\left[\frac{1}{\rho_v \varepsilon} + \frac{\delta \pi^2 n^2}{\rho_s \varepsilon a^2}\right]t\right\} \\
 & + \frac{2c_1}{a} V \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m\pi} \sin \frac{m\pi c_2}{b} \cos \frac{m\pi y}{b} \\
 & \times \exp\left\{-\left[\frac{1}{\rho_v \varepsilon} + \frac{\delta \pi^2 m^2}{\rho_s \varepsilon b^2}\right]t\right\} \\
 & + 4V \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{nm\pi^2} \sin \frac{n\pi c_1}{a} \sin \frac{m\pi c_2}{b} \\
 & \times \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \\
 & \times \exp\left\{-\left[\frac{1}{\rho_v \varepsilon} + \frac{\delta \pi^2}{\rho_s \varepsilon} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}\right)\right]t\right\} \quad (27)
 \end{aligned}$$

となる。

### 3.4 長方形シート状材料の定常解

計算の簡単化のため、ここでは辺の長さが $2c$ の正方形の電極を中心におき、電圧 $V$ を印加したときの表面電位の定常解を解く。対称性を考慮して、 $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$ の部分のみを計算する。さらに、Fig. 2のようにこの部分を4つに分割して考えることにする<sup>10)</sup>。式(10)の時間微分項を0とおいて長方形状の材料の定常状態の表面電位を表す式は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} v = 0 \quad (28)$$

となる。電極の境界条件と、表面電流ゼロの仮定から求まる端の境界条件 $\partial v / \partial x|_{x=a} = 0$ ,  $\partial v / \partial y|_{y=b} = 0$ のもとにこれを解くと、長方形状材料の表面電位の定常解は

領域1では

$$v(x, y) = V \quad (29)$$

領域2では

$$v(x, y) = \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(x-a)\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(a-c)\right)} V \quad (30)$$

領域3では

$$v(x, y) = \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(y-b)\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(b-c)\right)} V \quad (31)$$

領域4では

$$\begin{aligned}
 & v(x, y) \\
 & = \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(x-a)\right) \cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(y-b)\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(a-c)\right) \cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(b-c)\right)} V \quad (32)
 \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\chi = \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} \left( = R_{sr} G_{vr} = \frac{R_{sr}}{R_{vr}} \right) \quad (33)$$

である。この長方形状材料の表面電位の定常解はFig. 2の領域2と4および領域3と4の境界で電位は連続であるが、電界が不連続な近似解である。しかしながら、この近似解は数値解<sup>7)</sup>によく一致し、後で述べるように帯電防止材料の漏洩抵抗の評価において問題となる誤差を生じさせない。

## 4. 解析解の応用

床材を用いた実験<sup>7, 8)</sup>によって確認されているように、このモデルは均一な材料だけではなく、実効的な抵抗率および誘電率が測定などによって求めることができるとき、帯電防止材料によく見られるような不均一な材料にも適用できる。

式(18), (28)からもわかるように定常解の表面電位は式(20), (33)で表される $\chi$ に依存する。したがって、漏洩抵抗もこれに依存することは明らかである。また、過渡解も無次元時間

$$T = \frac{t}{\rho_v \varepsilon} \quad (34)$$

を用いて、円板の式(7)に代入すると

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \chi v - \chi \frac{\partial v}{\partial T} = 0 \quad (35)$$

また、長方形シート状材料の式(10)に代入すると

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \chi v - \chi \frac{\partial v}{\partial T} = 0 \quad (36)$$

と表されるので、その緩和も $\chi$ に依存することがわかる。本節では、得られた解析解を材料の漏洩抵抗と電荷緩和時間に応用し、この依存性を証明する。

なお、計算ソフトウェアとしてMathematicaを用いた。

### 4.1 抵抗

円板状材料の漏洩抵抗 $R$ は、電圧 $V$ を与えている円柱電極の真下の部分( $r \leq a$ )の体積抵抗 $R_e (= \rho_v \delta / (\pi a^2))$ とその外側の半径 $r = a$ から $b$ のリング状材料の抵抗 $R_r$ の並列抵抗となる。式(19)を式(3)に代入して、定常状態の表面電流は

$$\begin{aligned}
 & i(r) = \frac{2\pi r V}{\sqrt{\rho_s \rho_v \delta}} \\
 & \times \frac{I_1(\sqrt{\chi} b) K_1(\sqrt{\chi} r) - K_1(\sqrt{\chi} b) I_1(\sqrt{\chi} r)}{K_1(\sqrt{\chi} b) I_0(\sqrt{\chi} a) + I_1(\sqrt{\chi} b) K_0(\sqrt{\chi} a)} \quad (37)
 \end{aligned}$$

となるので、オームの法則よりリング状部分の抵抗 $R_r$



は

$$R_r = \frac{V}{i(a)}$$

$$= \frac{\rho_s}{2\pi a\sqrt{\chi}}$$

$$\times \frac{K_1(\sqrt{\chi}b)I_0(\sqrt{\chi}a) + I_1(\sqrt{\chi}b)K_0(\sqrt{\chi}a)}{I_1(\sqrt{\chi}b)K_1(\sqrt{\chi}a) - K_1(\sqrt{\chi}b)I_1(\sqrt{\chi}a)} \quad (38)$$

したがって、円板状材料の漏洩抵抗 $R$ は

$$R = \frac{R_e R_r}{R_e + R_r} \quad (39)$$

より求めることができる。

長方形状の材料の接地された裏面に流れる全電流 $i_t$ は

$$i_t = 4 \int_0^a \int_0^b G_{vr} v(x, y) dx dy \quad (40)$$

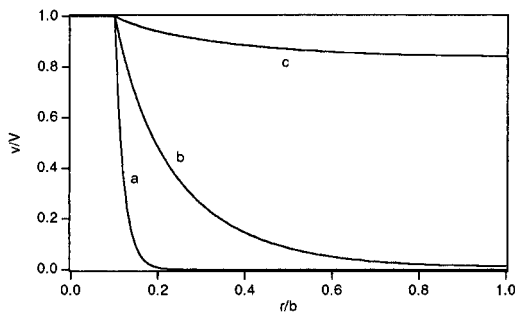
で表される。ここで、 $G_{vr}$ と $v(x, y)$ はそれぞれ式(11)と式(29) - (32)である。したがって、長方形状材料の漏洩抵抗 $R$ は

$$R = \frac{V}{i_t} \quad (41)$$

から求まる。

**Fig. 3** は半径 $b = 1\text{m}$ 、厚さ $\delta = 5\text{mm}$ の円板状材料に半径 $a = 0.1\text{m}$ の電位 $V$ の電極をおき、表面抵抗率 $\rho_s = 10^9 \Omega$ として体積抵抗率を(a)  $\rho_v = 10^8$ , (b)  $10^{10}$ , (c)  $10^{12} \Omega\text{m}$ と変化させたときの表面電位分布 $v/V$ を示す。このときの漏洩抵抗は式(39)より、(a)  $1.06 \times 10^7 \Omega$ , (b)  $1.70 \times 10^8 \Omega$ , (c)  $1.84 \times 10^9 \Omega$ となる。

**Fig. 4** には辺の長さが $a = 1\text{m}$ ,  $b = 1\text{m}$ 、厚さが $\delta = 5\text{mm}$ 、表面抵抗率が $\rho_s = 10^9 \Omega$ で体積抵抗率が(a)  $\rho_v = 10^8 \Omega\text{m}$ , (b)  $10^{10} \Omega\text{m}$ , (c)  $10^{12} \Omega\text{m}$ の長方形状材料の表面電位分布を示す。このときの長方形状材料の漏洩



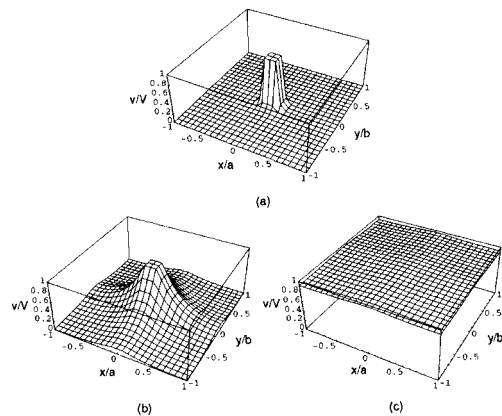
**Fig. 3** Steady-state potential distributions on disk materials for  $a = 0.1\text{m}$ ,  $b = 1\text{m}$ ,  $\delta = 5\text{mm}$ ,  $\rho_s = 10^9 \Omega$ , and, (a)  $\rho_v = 10^8 \Omega\text{m}$ ,  $\chi = 2 \times 10^3$ , (b)  $10^{10} \Omega\text{m}$ ,  $\chi = 20$  and (c)  $10^{12} \Omega\text{m}$ ,  $\chi = 0.2$ , when voltage  $V$  is continuously applied at the surface for  $0 \leq r \leq a$ .

円板状材料の定常状態の表面電位分布

抵抗は(a)  $7.22 \times 10^6 \Omega$  ( $8.36 \times 10^6 \Omega$ ), (b)  $7.29 \times 10^7 \Omega$  ( $1.49 \times 10^8 \Omega$ ), (c)  $1.31 \times 10^9 \Omega$  ( $1.47 \times 10^9 \Omega$ )である。ここで、3.4節に示したように長方形状材料の表面電位の定常解のみが近似解であるので、括弧内に数値解<sup>7, 8)</sup>を示し比較している。作業者の接地が必要とされるとき、一般に帯電防止材に要求される漏洩抵抗は $10^5 - 10^9 \Omega$ 程度と広い範囲であることから、この近似解による誤差は帯電防止性能の評価に影響を与えない。

**Fig. 3, 4** に示したように表面電位分布は $\chi$ によってその形態を変化させ、 $\chi \gg 1$ では各図のaの曲線(面)のように電位は電極付近のみに現れ、 $\chi \ll 1$ ではcの曲線(面)のように全面にわたって電極電位にほぼ等しい電位となる。したがって、漏洩抵抗は材料全体の体積抵抗、 $\rho_v \delta / A_i$  ( $A_i$ : 材料の面積)と電極の真下の体積抵抗、 $\rho_v \delta / A_e$  ( $A_e$ : 電極の面積)となる抵抗によって制限されることとなる<sup>7, 8)</sup>。各図のc ( $\chi \ll 1$ )に現れているような分布は表面抵抗のみを低くした(誤った)帯電防止床に見られ<sup>1)</sup>、このような帯電防止材は実際に帯電が障害になっていることがある。

このように表面電位分布が $\chi$ に依存することから、帯電防止性能の評価には単なる表面抵抗と体積抵抗だけではなく、抵抗比 $\chi$ が重要であることを示している。本論文における解析では寸法については任意であるので、帯電防止性能に適切な $\chi$ の条件は得られていないが、電極の寸法も含めて無次元化した正方形材料の解析<sup>8)</sup>では $10^2 \leq \rho_s L^2 / (\rho_v \delta) < 10^7$ が得られている。ただし、 $L$ は正方形材料の辺の長さ、 $2c = 0.01L$ である。た



**Fig. 4** Steady-state potential distributions on rectangular materials for  $a = 1\text{m}$ ,  $b = 1\text{m}$ ,  $c = 0.1\text{m}$ ,  $\delta = 5\text{mm}$ ,  $\rho_s = 10^9 \Omega$ , and (a)  $\rho_v = 10^8 \Omega\text{m}$  ( $\chi = 2 \times 10^3$ ), (b)  $10^{10} \Omega\text{m}$  ( $\chi = 20$ ), and (c)  $10^{12} \Omega\text{m}$  ( $\chi = 0.2$ ), when voltage  $V$  is continuously applied at the surface for  $x \leq \pm c$  and  $y \leq \pm c$ .

長方形状材料の定常状態の表面電位分布

だ、この結果から帯電防止材料として、 $\chi \ll 1$ はさけるべき条件であるということだけはいえる。たとえば、表面に界面活性剤を塗布して帯電防止性能の向上を考えるとときには、 $\chi$ を小さくするので、これに注意を払わなければならない。

#### 4.2 電荷緩和

円板状材料の表面電位分布の時間緩和の例をFig. 5に、また、Fig. 6には中心の電荷減衰の $\chi$ に対する変化を示す。ここで、式(17)を計算するための $n$ は1000とした。Fig. 6のように電荷緩和の形態が $\chi$ に依存するのは式(17)の第2項の指数部が

$$-\left(\frac{1}{\rho_v \varepsilon} + \frac{\delta a^2 n}{\rho_s \varepsilon}\right)t = -\left(1 + \frac{a^2 n}{\chi}\right)T$$

となることから明らかである。初期の電荷緩和の傾きは $\chi$ が小さいほど大きくなるが、式(17)からわかるように小さな $\chi$ では表面に沿って緩和する方が速いためであり、さらに時間が経過した後では体積抵抗率で決まる緩和時定数に近づく。

設計において体積あるいは表面抵抗率のどちらか一方が決められたとき、小さい $\chi$ ほど緩和は早くなるが、

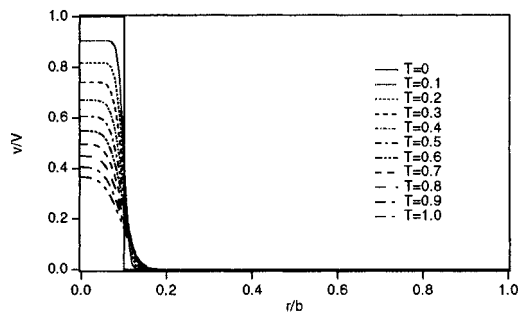


Fig. 5 Relaxation of the surface potential distribution of a disk material for  $a=0.1\text{m}$ ,  $b=1\text{m}$  and  $\chi=2 \times 10^3$ .  $T=t/\rho_v \varepsilon$ .  
円板状材料の電荷緩和

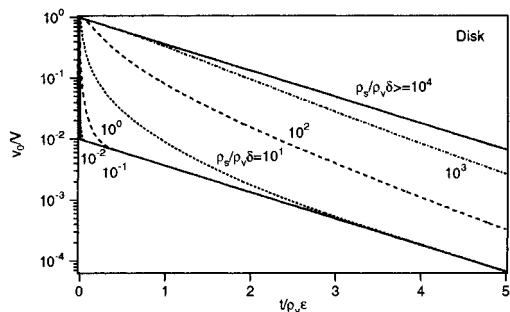


Fig. 6 Decays of the surface potentials  $v_0$  at the centre of disk materials having different  $\chi (= \rho_s / (\rho_v \delta))$  for  $a=0.1\text{m}$ ,  $b=1\text{m}$ .  
円板状材料の中心の電荷緩和

前節で示したように定常に電圧が与えられる（帯電する）ときなどは電荷が表面にわたって広がることから、極端に小さい $\chi$ はさけるべきであることにも注意を要する。

長方形材料の電荷緩和も式(27)を用いてFig. 7, 8のように求めることができる。このとき式(27)で $n, m=1000$ として計算した。

#### 5. 結論

背面が接地された薄い円板または長方形の材料を抵抗と容量の分布回路網でモデル化して、その表面電位分布を解析的に求めた。この定常および過渡解を帯電防止性能を特徴付ける漏洩抵抗と電荷緩和に応用した。得られた結果は、表面電位分布、漏洩抵抗および電荷緩和が単位面積（正方形）あたりの表面抵抗と体積抵抗の比 $\chi (= \rho_s / (\rho_v \delta))$ に依存することを示し、帯電防止材料の評価と設計の指標として単に表面抵抗と体積抵抗だけでなく、その抵抗比 $\chi$ が重要であるこ

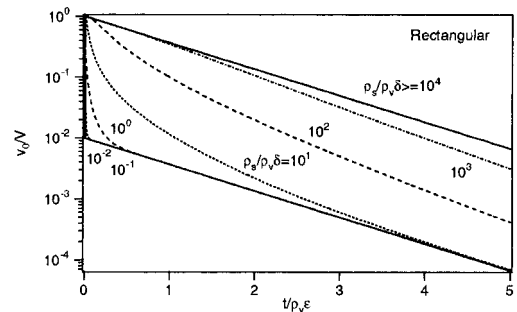


Fig. 7 Decays of the surface potentials  $v_0$  at the centre of rectangular materials having different  $\chi (= \rho_s / (\rho_v \delta))$  for  $a=b=1\text{m}$ , and  $c=0.1\text{m}$ .  
長方形シート状材料の中心の電荷緩和

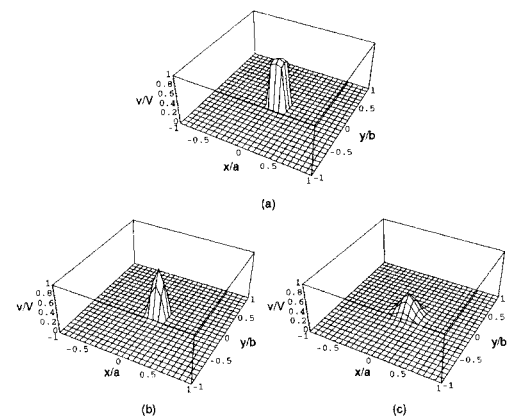


Fig. 8 Relaxation of the potential distribution on a rectangular material for  $a=b=1\text{m}$ ,  $c=0.1\text{m}$ , and  $\chi=20$ , (a)  $t/(\varepsilon \rho_v)=0.001$ , (b) 0.01, and (c) 0.1, when voltage  $V$  is initially applied at the surface for  $x \leq \pm c$  and  $y \leq \pm c$  and at  $t=0$ .  
長方形シート状材料の電荷緩和

とを示している。長方形シート状材料の表面電位の定常解は近似値であるので、さらなる解析の余地があるが、帯電防止性能を評価するための漏洩抵抗を求める上で十分であることを示した。求めた解は単位面積（正方形）の表面抵抗，体積抵抗，容量，あるいは表面抵抗率，体積抵抗率，誘電率，そして寸法によって表されており，任意の数学ソフトウェアを用いて表面電位分布，漏洩抵抗および緩和時間を簡単に求めることができるので，帯電防止材料や製品の理論的な性能評価および設計に役立つものである。

本理論に基づいた帯電防止シートの性能評価の試験基準が産業安全技術協会から制定される予定であり，コンピュータによる数値計算を用いて評価する新しい手法の試験基準である。

#### 参考文献

- 1) Ono H., Ohsawa A. and Tabata Y., New method for evaluating antistatic effect in floor coverings, *J. Electrostat.* 57, 355 (2003).
- 2) Ohsawa A. and Ohuchi M., Analytical solutions of surface potential distribution on thin insulators having grounded backing conductor and their application to electrostatic characterization, *Electrostatics* 2003, 227, IOP Publishing, Bristol (2003).
- 3) 大澤敦，大内幹夫，背面が接地された薄い絶縁物の表面電位の解析解の帯電防止性能評価への応用，*静電気学会誌*28, 71 (2004).
- 4) Zahn M., *Electromagnetic Field Theory: a problem solving approach*, p 189, Krieger Pub. Malabar (1979).
- 5) Słowiński Z., Simulation of relaxation processes in dielectrics, *J. Electrostat.* 8, 59 (1979).
- 6) Jones T.B. and S. Chan, Charge relaxation in vessels with insulating liners, *J. Electrostat.* 22, 199 (1989).
- 7) Ohsawa A. Electrostatic characterization of antistatic floors using an equivalent circuit model, *J. Electrostat.* 51-52, 625 (2001).
- 8) 大澤敦，床・床材の静電気帯電防止性能の新しい評価法，産業安全研究所研究報告，NIIS-RR-2001, 37 (2002).
- 9) Spiegel M.R., *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*, p 144, McGraw-Hill, New York (1968)
- 10) Sadiku M.N.O., *Numerical Techniques in Electromagnetics*, p 83, CRC Press, Boca Raton (2001).

(平成16年12月22日受理)