

災害発生時間の分布に関する研究(4)

花 安 繁 郎*

A Study on the Time Intervals between Accidents (4)

by Shigeo HANAYASU*

Abstract; The accident frequency rate has been widely used as a measurement of safety performance in many workplaces over a long period of time.

In order to explore the significant changes in the accident situation in succeeding intervals of time, testing hypotheses for the accident frequency rate were employed. In the analysis, the time intervals between occupational accidents were utilized as a useful indicator to give expression in safety performance in workplaces having a certain accident risk.

This paper deals with the evaluation function of the testing hypothesse such as the expected number of accidents and the expected time to reach a decision. In particular, relative efficiency of sequential probability ratio test was examined through the analysis of these evaluation functions.

The main features of this paper are as follows:

- (1) The parameter of probability distribution function of the time intervals between labour accidents can be connected to the accident frequency rate. Hence, statistical evaluation of the time period to the occurrences of accidents with reference to the probability for a specific accident frequency rate can be performed.
- (2) The procedure of testing hypotheses for the accident frequency rate to evaluate the changing tendency in the accident situation was described. Necessary sample number of accidents satisfying the testing requirements as well as critical region times to conduct testing hypotheses were analyzed.
- (3) The procedure of sequential probability ratio test for the accident frequency rate was also presented. Numerical examples of statistical evaluation by sequential tests were demonstrated by making use of the serious accidents in building construction.
- (4) Evaluation functions characterizing the testing hypotheses were derived in terms of the expected sample number of accidents to reach a decision and the expected time to a decision both for conventional testing hypohteses and sequential probability ratio test.
- (5) The expected number of accidents and expected time to complete a decision fluctuate in accordance with the changes of the null hypothesis A_0 .

In order to avoid tedious calculation due to the change in the values of null hypothesis A_0 , normalization of the expected number of accidents as well as the expected time to complete a decision was achieved. Concerning to the expected number of accidents, the normalization was accomplished simply by dividing the expected accidents number by minimum necessary number of accidents K_0 . Similarly, the expected consumption time to reach a decision being divided by the critical region time T_c yields the normalized expected reaching time.

* 土木建築研究部 Construction Safety Research Division

In addition to the normalization, by making use of the relative accident frequency rate (ratio of arbitrary accident frequency rate to the accident rate of null hypotheses A_0), unified representation of these normalized expected functions free from the change of the null hypothesis A_0 , can be attained.

(6) Relative efficiency of the sequential test compared to the conventional testing in terms of the expected accidents number and the expected time were analyzed. The relative accident frequency rate also gives unified representation of the relative efficiency.

It was found that the efficiency of a SPRT test was depend on both discriminant ratio and the relative accident frequency rate. Analytical results also showed that the efficiency of a SPRT test was at least more than 10% compared to the conventional test.

Keywords; Occupational accident, Statistical testing hypothesis, Sequential probability ratio test, Accident frequency rate, Normalized expected accident number to a decision, Normalized expected time to a decision, Relative efficiency of sequential test

1. まえがき

事業所において労働災害の発生危険性を評価する指標には、単位労働時間あるいは単位労働力当りの災害発生件数で示される災害発生頻度率が広く用いられている。とくに、単位労働時間数が100万時間のときの災害発生頻度率は、我国では災害度数率と呼ばれており、労働省による労働災害動向調査によって産業別、業種別などに分類された全国平均の観測値が毎年報告されている¹⁾。

筆者はこれまで、この度数率に代表される労働災害発生頻度率が、事業所等において、作業時間の経過とともに変動する過程を、労働災害が発生するまでの時間数を用いて評価する方法について考察を加えてきた。

これまでに行ったさまざまな調査・分析から得られた結果には、例えば、最近の建設工事における労働災害の多くがほぼランダムに発生していること、すなわち、労働災害が発生するまでの時間数の確率分布が指数分布やガンマ分布で表現されること、また、これらの分布式のパラメータが災害度数率と関連づけられることなどがあげられる²⁻⁵⁾。

これらの知見より、労働災害発生率の変動を調べることは、災害発生時間数の確率分布式の母数の変動を調べることと同等であり、統計学的には指数分布あるいはガンマ分布の母数(=災害発生率)に対する統計的仮説検定を行うことに帰着することが示される。

ところで、実際に得られた災害データを用いて災害発生率の仮説検定などの統計的推測を行うに当たっては、限られた標本を通して母集団特性値を調べようとするのであるから、そこで得られる結論には、データ

の変動や誤差などに起因する統計的な判断の誤り(統計的過誤)が必ず含まれることになる。

周知のように、統計的仮説検定時に生ずる判断の誤り(統計的過誤)には、i) 帰無仮説が真であるにもかかわらずこれを棄却してしまう誤り(第1種の過誤)と、ii) 対立仮説が正しいにもかかわらずこれを棄却してしまう誤り(第2種の過誤)との2種類がある。

このうち災害発生率の仮説検定で安全上とくに問題になるのは、実際の災害発生率が帰無仮説で設定された値より大きいにもかかわらず帰無仮説を採択してしまう場合なので、第2種の過誤の取扱いは大変重要になってくる。そしてこの第2種の過誤を少なくするためには、ある特定件数以上の標本(災害データ)を用いて仮説検定を行うことが必要である。

ところが、労働災害はそう頻繁に起こるわけではないので、統計的過誤として設定された危険水準を充足する数の災害データが常に得られるとは限らない。また現実にはその場で得られたありあわせのデータを用いて評価を実施したり、あるいはせざるをえないことが多い。

この様な問題を克服する手法として、逐次確率比検定法(通常は逐次検定法と略称される)と呼ばれる手法がある。逐次検定法は、通常の仮説検定と同等の危険水準を保証した検定法であり、かつ評価に要する災害件数が少なく、また評価時間数も短く済ませることが出来る利点を有している。

これまで、同検定方式を用いて災害発生率の変動を評価する手順等について考察を加えるとともに、実際に発生した災害データを用いて災害動向について分析

を試み、同手法が安全性評価手法として有効であることを明らかにしてきた⁶⁾。

しかしながら、逐次検定法が通常の仮説検定法に比べてどの程度改良された検定法であるのかについては未だ十分に解明されていない。本研究はそこで、検定に要する平均災害評価件数や平均評価時間数などの、仮説検定の評価関数の分析を通してこの問題を明らかにすることを試みた。分析では、通常の仮説検定と逐次検定法のそれぞれの評価関数を求めたほか、逐次検定法の効率についても考察を加えた。本稿はそれらの結果をまとめたものである。

2. 労働災害発生時間数による統計的評価

本章では、仮説検定におけるさまざまな評価関数を検討するまえの準備として、通常の統計的仮説検定および逐次検定の分析手順を簡単に述べる。まず、労働災害発生時間数の分布について、とくに分布のパラメータと災害度数率との関連を述べたのち、労働災害発生時間数を用いて災害発生率の仮説検定を行う手順について触れることとする。

2.1 度数率をパラメータとした発生時間分布式

まず、災害発生時間数の確率分布式については、これまでのいくつかの災害事例の調査から、個々の災害の発生時間(間隔)分布は指数分布に、また複数件の災害が発生するまでの時間分布はガンマ分布に従うことが知られている^{3,5)}。指数分布の確率密度関数を以下に示す。

$$\left. \begin{aligned} f_1(t) &= \lambda \exp\{-\lambda t\} \\ E_1(T) &= 1/\lambda, \quad V_1(T) = 1/\lambda^2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

これらの分布式は、単位時間当りの災害発生頻度率 λ をパラメータとする分布式であるが、このパラメータ値は、 T 時間で K 件の労働災害が発生したとすると、最尤法によって $\lambda = K/T$ をその推定値として示すことが出来る⁴⁾。

一方、災害度数率(以下 A と略記)は100万労働時間当りの災害発生数と定義されている。従って、上式の指数分布、あるいはガンマ分布のパラメータ λ と度数率 A とは、次式のごとく関係づけることが出来る。

$$\lambda = A/100 \quad (2)$$

ただし、 A : 災害度数率(単位: 1/万時間)

かくして、産業別なり、業種別なり、あるいは工事

別なりでの、ある度数率 A_0 が与えられれば、 A_0 のもとでの災害発生時間数の確率分布を規定することが出来るので、その分布と災害発生時間数のデータとを用いて、度数率 A_0 の変動を統計的仮説検定法によって評価することが出来る。

2.2 災害発生率の統計的仮説検定の手順

労働災害発生時間数を用いて災害度数率の変動を統計的に評価するための統計的仮説検定の手順はおおよそ以下のようにまとめられる^{6,7)}

1) 母集団に関する基本仮定を立てる。ここでは、災害発生時間分布は指数分布あるいはガンマ分布であると仮定している。

2) 帰無仮説 H_0 および対立仮説 H_1 を立てる。仮説のたてかたには、まず、変動が予想されるもとの度数率を用いて帰無仮説 H_0 を設定し、

$$H_0: A = A_0 \quad (A_0: \text{もとの度数率})$$

ついで、帰無仮説が棄却されたときに採択される対立仮説を定める。対立仮説の設定の仕方には、“度数率は大きくなっていないか?”を検定する、

$$H_1: A = A_1 > A_0$$

あるいは、“度数率は小さくなっているか?”を考える、

$$H_1: A = A_1 < A_0$$

などの、標本統計量分布の左側、あるいは右側のみに有意水準に対応した棄却域を設ける片側検定方式のほか、“度数率には変化がないか?”を検定する、

$$H_1: A = A_1 \neq A_0$$

で示される、両側検定方式による仮説設定法がある。

3) 第1種過誤(有意水準) α および第2種過誤 β を設定する。

4) 検定に用いる統計量(検定基準)を選択する。ここでは災害発生時間を検定量として用いている。

5) 帰無仮説 H_0 および対立仮説 H_1 のもとでの検定基準の分布を求め、 H_0 のもとでの分布領域を棄却域と採択域に分ける。

6) 所定の有意水準 α と第2種の過誤 β を満たすサンプルの大きさを決定する。

例えば、 $H_0: A = A_0$ に対して、 $H_1: A = A_1 > A_0$ の検定において、統計的過誤が有意水準 α とともに第2種過誤の確率 β 以下であるためには、次式の条件を満足せねばならず、

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} \geq \frac{\chi^2(\phi: \beta)}{\chi^2(\phi: 1 - \alpha)} \quad (3)$$

ただし、 $\chi^2(\phi: \epsilon)$: χ^2 分布上側確率値が ϵ となる χ^2 値

同式を満足する最小の正数を K_0 とおくと、このときの自由度は $\phi_0 = 2K_0$ となり、棄却域が次式で与えられる。

$$t \leq \frac{\chi^2(2K_0: 1 - \alpha)}{2\lambda_0} = \frac{50 \cdot \chi^2(2K_0: 1 - \alpha)}{A_0} \quad (4)$$

Table 1 には、 α および β をともに0.01~0.20の間で5段階に変化させ、また、1.50~10.0の間で8段階の判別比 ($D = A_1/A_0$) を設定したときの、(3)式を満足する最小正数 K_0 を求めた結果を示した。同表より、例えば $D = A_1/A_0 = 2.0$ の検定を行うとき、 α および β の危険率をともに0.05以下にしたければ、少な

くとも災害件数が23件目以上での発生時間数を用いて検定しなければならないことや、判別比が大きいほど K_0 が少なく済むことなどがわかる。

同様に、 $H_0: A = A_0$ に対して、 $H_1: A = A_1 < A_0$ を検定するとき、統計的過誤 α 、 β がともに所定の値以下であるためには、次式を満足せねばならず、

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} \leq \frac{\chi^2(\phi: 1 - \beta)}{\chi^2(\phi: \alpha)} \quad (5)$$

同式を満足する最小正数を K_0 とおくと、このときの自由度は $\phi_0 = 2K_0$ となり、棄却域が次式で得られる。

$$t \geq \frac{\chi^2(2K_0: \alpha)}{2\lambda_0} = \frac{50 \cdot \chi^2(2K_0: \alpha)}{A_0} \quad (6)$$

Table 1 Necessary number of accidents K_0 satisfying the testing requirements. (one-tailed test. $A_1 > A_0$)
検定条件を満足する最小災害件数 K_0 (片側検定, $A_1 > A_0$)

A/A_0	α β	ALPHA=0.01				ALPHA=0.05				ALPHA=0.10				ALPHA=0.15				ALPHA=0.20								
		.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20					
D=1.50		133	99	83	73	66	95	67	54	46	40	77	52	41	34	29	66	43	33	27	23	58	37	27	22	18
D=2.00		46	35	30	27	24	33	23	19	17	15	26	18	15	12	11	22	15	12	10	8	20	13	10	8	7
D=2.50		27	21	18	16	15	19	14	11	10	9	15	11	9	7	7	13	9	7	6	5	11	8	6	5	4
D=3.00		19	15	13	12	11	13	10	8	7	7	11	8	6	5	5	9	6	5	4	4	8	5	4	4	3
D=4.00		12	10	9	8	7	9	7	6	5	5	7	5	4	4	3	6	4	3	3	3	5	4	3	3	2
D=5.00		9	8	7	6	6	7	5	4	4	4	5	4	3	3	3	4	3	3	2	2	4	3	2	2	2
D=7.50		6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	4	3	2	2	2	3	2	2	2	2	3	2	2	2	1
D=10.00		5	4	4	4	3	4	3	3	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	1

Table 2 Necessary number of accidents K_0 satisfying the testing requirements. (one-tailed test. $A_1 < A_0$)
検定条件を満足する最小災害件数 K_0 (片側検定, $A_1 < A_0$)

A/A_0	α β	ALPHA=0.01				ALPHA=0.05				ALPHA=0.10				ALPHA=0.15				ALPHA=0.20								
		.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20					
D=0.67		133	95	77	66	58	99	67	52	43	37	83	54	41	33	27	73	46	34	27	22	66	40	29	23	18
D=0.50		46	33	26	22	20	35	23	18	15	13	30	19	15	12	10	27	17	12	10	8	24	15	11	8	7
D=0.40		27	19	15	13	11	21	14	11	9	8	18	11	9	7	6	16	10	7	6	5	15	9	7	5	4
D=0.33		19	13	11	9	8	15	10	8	6	5	13	8	6	5	4	12	7	5	4	4	11	7	5	4	3
D=0.25		12	9	7	6	5	10	7	5	4	4	9	6	4	3	3	8	5	4	3	3	7	5	3	3	2
D=0.20		9	7	5	4	4	8	5	4	3	3	7	4	3	3	2	6	4	3	2	2	6	4	3	2	2
D=0.13		6	4	4	3	3	5	4	3	2	2	5	3	2	2	2	4	3	2	2	2	4	3	2	2	1
D=0.10		5	4	3	2	2	4	3	2	2	2	4	3	2	2	2	4	2	2	2	1	3	2	2	1	1

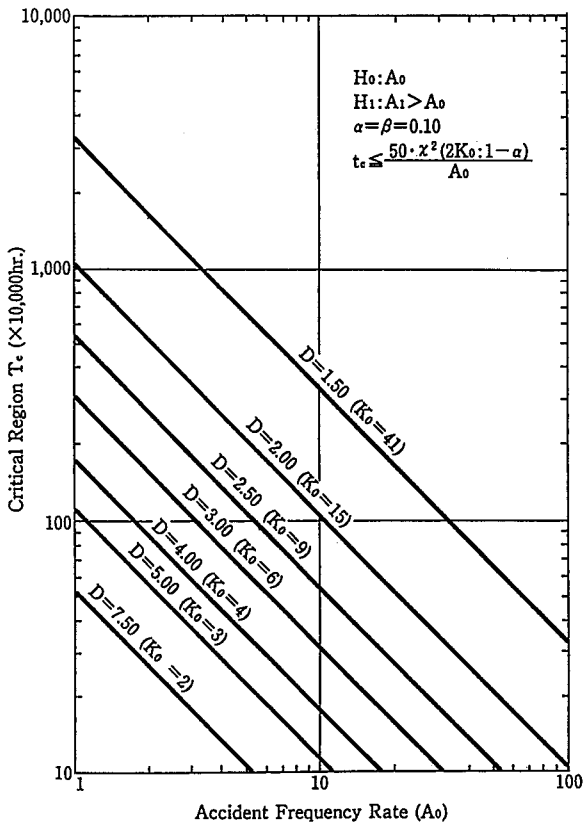


Fig. 1 Relation between null hypothesis A_0 and critical region T_c

帰無仮説値 A_0 と棄却域 T_c 関係

($A_1 > A_0$, $\alpha = \beta = 0.10$)

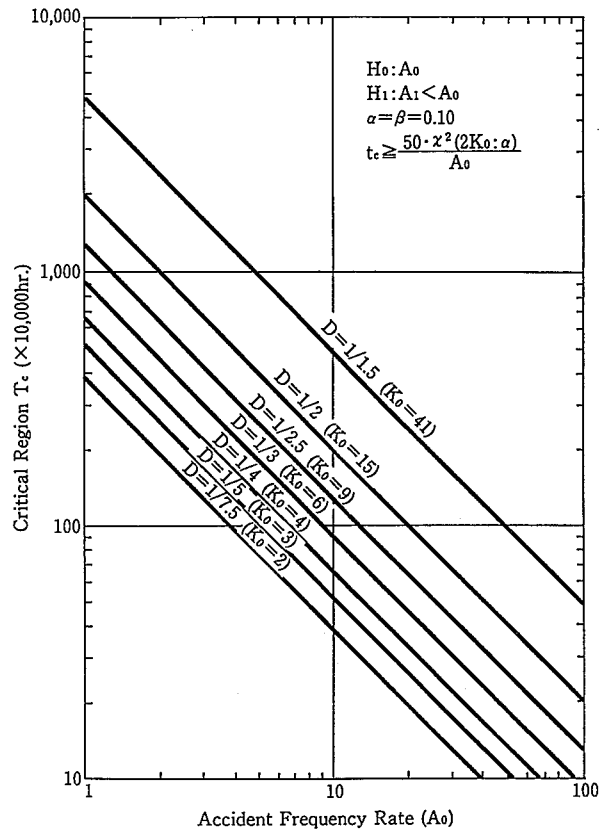


Fig. 2 Relation between null hypothesis A_0 and critical region T_c

帰無仮説値 A_0 と棄却域 T_c 関係

($A_1 < A_0$, $\alpha = \beta = 0.10$)

Table 2には(5)式の条件を満足する最小 K_0 を求めた結果を示した。

7) 対象とする集団からサンプルをとって検定基準統計量を求め、これが棄却域に落ちる場合は有意水準 α で H_0 を棄却する。もしサンプル数(災害件数)が表に示された数以上であれば、第2種過誤の確率は所定の値 β 以下となる。

Fig. 1には、 $A_1 > A_0$ の検定の場合で、 $\alpha = \beta = 0.10$ を満足する最小災害件数(K_0)と、それに対応した棄却域をいくつかの判別比($D = A_1/A_0$)について求めた結果を示した。同図より例えば、 $H_0: A_0 = 5.0$, $H_1: A_1 = 10.0$, 判別比 $D = 2.0$ の検定を行うには、 $K_0 = 15$ 件目の災害発生時間数を調べ、これが206万時間以下であれば帰無仮説を棄却すればよい。このときの有意水準は0.10、第2種の過誤は0.10以下であることが保証される。

同様に、Fig. 2には、 $A_1 < A_0$ の仮説検定で $\alpha = \beta = 0.10$ のときの、最小災害件数(K_0)と、棄却域をいくつかの判別比について計算した結果を示した。同図より例えば、 $H_0: A_0 = 5.0$, $H_1: A_1 = 2.50$ 判別比 $D = 1/2$ の検定を行うには、 $K_0 = 15$ 件目の災害発生時間数が403万時間以上であれば帰無仮説を棄却する。このときの統計的判断の誤りの確率は上述の値が保証される。

2.3 逐次検定方式による統計的評価手順^{6,9,10)}

逐次検定法の基本的考え方は、検定のための標本の大きさをあらかじめ指定せずに、得られた標本によって張られる標本空間を互いに排他的な3つの領域に分割し、得られたデータがそれぞれの空間に属したときの判断行為を、1) 帰無仮説を採択する、2) 対立仮説を採択する、3) 次のデータが得られるまで結論を保

留する、と言う内容に対応させている。このように、データが得られるたびに判定を行うので逐次検定と呼ばれる。

災害発生時間数を利用して災害度数率の変動を逐次検定法で調べる手順は以下に示される。ただし、仮説検定は帰無仮説 $H_0: A = A_0$ 、に対して対立仮説 $H_1: A = A_1$ ($A_1 > A_0$ or $A_1 < A_0$) で行うものとする。

すでに述べたとおり、ある度数率 A のもとでの災害発生時間分布の密度関数は指数分布で示され、

$$f(t|A) = (A/100)e^{-\frac{A}{100}t}$$

従って、それぞれの仮説のもとでの結合分布は、

$$P_{1n} = f(t_1, t_2, \dots, t_n | A_1) \\ = \left(\frac{A_1}{100}\right)^n \exp\left\{-\frac{A_1}{100} \sum_{i=1}^n t_i\right\}$$

$$P_{0n} = f(t_1, t_2, \dots, t_n | A_0) \\ = \left(\frac{A_0}{100}\right)^n \exp\left\{-\frac{A_0}{100} \sum_{i=1}^n t_i\right\}$$

これらの式より、尤度比は、

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} = \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^n \exp\left\{-\frac{1}{100}(A_1 - A_0) \sum_{i=1}^n t_i\right\} \quad (7)$$

このとき H_0 の H_1 に対する逐次検定は、あらかじめ2つの正実数 \mathbf{A} , \mathbf{B} ($\mathbf{A} > \mathbf{B}$) を定めておき、データが得られた各段階で尤度比 P_{1m}/P_{0m} を計算して、次の式の基準に従って検定を行う。

- i) $\mathbf{B} < P_{1m}/P_{0m} < \mathbf{A}$ 判定を保留
 - ii) $P_{1m}/P_{0m} \geq \mathbf{A}$ 仮説 H_0 を棄却
 - iii) $P_{1m}/P_{0m} \leq \mathbf{B}$ 仮説 H_0 を採択
- (8)

ここで、限界値 \mathbf{A} , \mathbf{B} は、第1種過誤の確率 α 、第2種過誤の確率 β なる、強度 (α , β) の検定において近似的に次式で与えられることが知られている⁹⁾。

$$\mathbf{A} = \frac{1-\beta}{\alpha}, \quad \mathbf{B} = \frac{\beta}{1-\alpha} \quad (9)$$

よって、上式から検定の具体的判定基準は、

$$\frac{\beta}{1-\alpha} = \mathbf{B} < \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^n \cdot \exp\left\{-\frac{1}{100}(A_1 - A_0) \sum_{i=1}^n t_i\right\} \\ < \mathbf{A} = \frac{1-\beta}{\alpha} \quad (10)$$

で示され、同式から、

- i) 対立仮説 $H_1: A = A_1 > A_0$ のときは、

$$\frac{100 \{n \cdot \ln(A_1/A_0) - \ln \mathbf{A}\}}{A_1 - A_0} < T \\ < \frac{100 \{n \cdot \ln(A_1/A_0) - \ln \mathbf{B}\}}{A_1 - A_0}$$

……次の災害が発生するまで判定を保留する

$$\frac{100 \{n \cdot \ln(A_1/A_0) - \ln \mathbf{A}\}}{A_1 - A_0} \geq T$$

……仮説 H_0 を棄却する

$$\frac{100 \{n \cdot \ln(A_1/A_0) - \ln \mathbf{B}\}}{A_1 - A_0} \leq T$$

……仮説 H_0 を採択する

ただし、 $T = \sum_{i=1}^n t_i$

ここで、

$$s = \frac{\ln(A_1/A_0)}{(A_1 - A_0)/100}, \quad h_0 = \frac{\ln \mathbf{B}}{(A_1 - A_0)/100} \\ h_1 = \frac{\ln \mathbf{A}}{(A_1 - A_0)/100} \quad (12)$$

とおくと、(11)式は、

$$sn - h_1 < T < sn - h_0 \dots \dots \text{判定保留} \\ T \leq sn - h_1 \dots \dots H_0 \text{を棄却} \\ T \geq sn - h_0 \dots \dots H_0 \text{を採択} \quad (13)$$

となり、(n , T) 平面上で $T = sn - h_1$, $T = sn - h_0$ の2直線によって3分割された領域がそれぞれの判定に対応していることが示される。

Fig.3には昭和57~60年の4年間に発生した建築工事における重大災害の推移を逐次検定法によって分析した結果を例として示した。同図では、1週間当りの災害発生数 (0.39/週) を帰無仮説として、その1.50倍の値を対立仮説値として検定を行ったものである。同図から、災害件数が8件目で帰無仮説が採択され、災害発生率が大きくなっていないことが示されている。

同様に、

- ii) 対立仮説 $H_1: A = A_1 < A_0$ のときの判定基準は、(12)式の記号を用いて次式で示される。

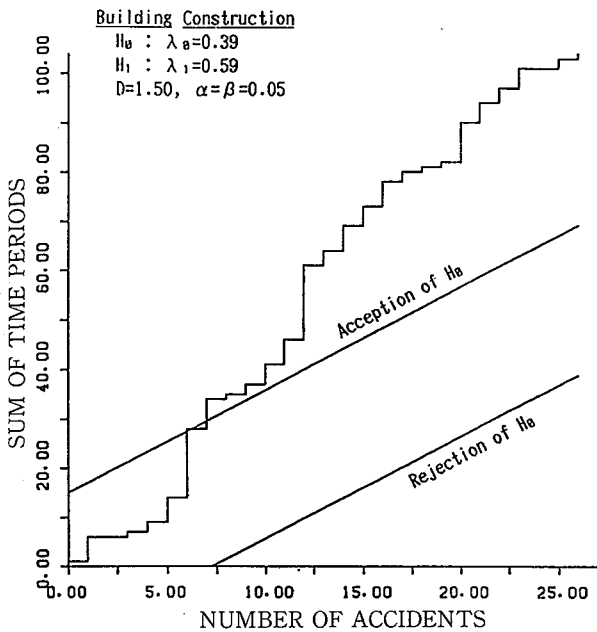


Fig. 3 Sequential probability ratio test for serious accidents in building construction ($D=1.50, \alpha = \beta = 0.05$)
 逐次検定法による建築工事重大災害の分析 ($D = 1.50, \alpha = \beta = 0.05$)

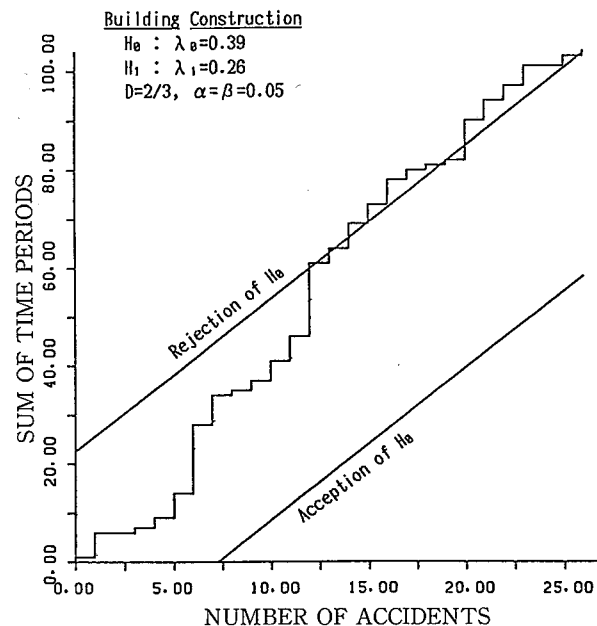


Fig. 4 Sequential probability ratio test for serious accidents in building construction ($D=2/3, \alpha = \beta = 0.05$)
 逐次検定法による建築工事重大災害の分析 ($D = 2/3, \alpha = \beta = 0.05$)

$$\left. \begin{aligned} sn-h_0 < T < sn-h_1 &\cdots \text{判定保留} \\ T \geq sn-h_1 &\cdots H_0 \text{を棄却} \\ T \leq sn-h_0 &\cdots H_0 \text{を採択} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

同式より、前例と同じく $T = sn - h_1$, $T = sn - h_0$ の 2 直線によって 3 分割された (n, T) 平面の各領域が、それぞれの判定に対応していることがわかる。

Fig. 4 には前例と同じ建築工事重大災害について、対立仮説が帰無仮説の 2/3 (判別比=0.67) のときの逐次検定の様子を示した。同図から、13件目の災害で帰無仮説が棄却され、災害発生率が減少していることが示されている。

3. 統計的仮説検定の評価関数

3.1 通常の仮説検定の評価関数

いまある検定方式 ($A_1 > A_0$ or $A_1 < A_0$) のもとで、帰無仮説および対立仮説の値 (従って判別比)、有意水準 α 、第 2 種過誤 β などを定めると、これらの設定値に対応して Table 1, 2 などより設定基準を充足する最小災害件数 K_0 が求まり、またこの K_0 件目災害発生時間の棄却域が (4), (6) 式などによって求めることが出来る。この棄却域となる時間数をここでは T_c と書き、更に、事業所などで実際に発生した K_0 番目災害の発生時間数を X_0 と書くことにする。

すると、対立仮説が $A > A_0$ の場合の検定では、 $X_0 \leq T_c$ のときに帰無仮説を棄却し、 $X_0 > T_c$ では帰無仮説を採択することとなり、同様に、対立仮説が $A < A_0$ の検定では、 $X_0 \geq T_c$ のときに帰無仮説を棄却し、また $X_0 < T_c$ のときは帰無仮説を採択することとなる。

この方式での評価のために必要な災害件数は前述の最小必要災害件数 K_0 であり、また判断に至る平均的な評価時間は K_0 件の災害が発生するまでの平均時間数なので、度数率を A として次式で得られる。

$$E_A(T) = \frac{100}{A} \cdot K_0 \quad (15)$$

ところで、上述した帰無仮説の棄却、採択などの統計的判断は、要は検定基準時間数 X_0 と棄却値 T_c との大小関係を調べていることであるので、もし T_c までに K_0 件の災害が起こらなければ、当然 $X_0 > T_c$ となるので、わざわざ T_c 以降 K_0 件目の災害が発生する時間 X_0 まで待つて判断を下す必要はない。また、 K_0 件目の災害が T_c 以前に発生したときは、当然 X_0 の時点で

判断を下せばよい。従って、判断を下すまでの評価時間数は最大限 T_c を考えれば良いこととなる。

ここでは、上述の T_c までに K_0 件の災害が発生したときには X_0 の時点で判断を下し、また、 T_c までに K_0 件の災害がなければ T_c で判定する打切方式⁸⁾による検定の平均的な評価件数と評価時間について考察を加えることとする。

判定に至るまでの平均的な災害評価件数は、棄却時間 T_c 以前に K_0 件の労働災害が発生した時点 X_0 で評価を終了するとき、 K_0 件の災害が T_c までに発生せずに T_c で評価を終了するときの2つの場合の平均的な災害数を合計することによって得られ、次式で示される。

$$\begin{aligned}
 E_A(n) &= \sum_{x=0}^{K_0} x \cdot P_r(X=x | A) \\
 &= \sum_{x=0}^{K_0-1} x \cdot P_r(X=x | A) + K_0 \cdot P_r(X=K_0 | A) \\
 &= \frac{A}{100} T_c \left[\sum_{x=0}^{K_0-2} P(x : AT_c) \right] \\
 &\quad + K_0 \left[1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} P(x : AT_c) \right] \quad (16)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 P_r(X=x | A) &= P(x : AT_c) \\
 &= \frac{(AT_c/100)^x}{x!} e^{-(AT_c/100)} \quad (17) \\
 x &= 0, 1, \dots, K_0-1
 \end{aligned}$$

ただし、 $A=0$ および $A=\infty$ に対する平均災害評価件数は、 $E_0(n)=0$ 、 $E_\infty(n)=K_0$ である。

また、平均評価時間数は1件当りの平均発生時間数が $100/A$ であるのでこれを平均災害件数に掛けて、

$$\begin{aligned}
 E_A(T) &= E_A(n) \cdot 100/A \\
 &= T_c \left[\sum_{x=0}^{K_0-2} P(x : AT_c) \right] \\
 &\quad + \frac{100}{A} K_0 \left[1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} P(x : AT_c) \right] \quad (18)
 \end{aligned}$$

を得る。同式での $A=0$ および $A=\infty$ に対する平均評価時間数はそれぞれ、 $E_0(T)=T_c$ 、 $E_\infty(T)=0$ である。

計算例として、 $A > A_0$ の検定について平均評価件数および時間数を求めてみる。最初に帰無仮説 H_0 を A_0

$= 5.0$ や 10.0 などの適当な値に定め、ついで判別比 $D = A_1/A_0 = 2.0$ すなわち、対立仮説 H_1 の値が A_0 の値の2倍を想定した検定を考え、同検定での統計的判断の過誤 α および β をともに 0.05 に押さえるものとする。すると、 $K_0=23$ であることが Table 1 から得られ、また K_0 、 A_0 に対応した棄却域値 T_c は(4)式より例えば $A_0=5.0$ のときは $T_c=314.4$ 万時間として求められる。この A_0 、 K_0 、 T_c を用いて(16)~(18)式より様々な度数率 A に対して平均的な評価件数や平均評価時間数を求めることができる。

Fig.5 は上に述べた検定での平均評価件数を求めた結果を示したものである。同図より、もし度数率が $A=5.0$ であれば $H_0: A_0=5.0$ の検定では、平均16件目の災害で仮説が棄却または採択されることがわかる。また、もし度数率が $A \geq 2A_0$ すなわち帰無仮説値の2倍以上であれば、帰無仮説の値 A_0 にかかわらず平均評価災害件数は K_0 に収束することが示されている。

また、上記の検定法の平均評価時間数を求めた結果を Fig. 6 に示した。同図には、 A_0 、 K_0 より求められる棄却域 T_c もあわせて破線で示した。同図より、度数率 A が $A \leq A_0$ 、すなわち帰無仮説での値よりも小さければ、平均評価時間数は T_c に収束していることがわかる。同じく、度数率が $A \geq 2A_0$ つまり帰無仮説値の2倍以上のときの平均評価時間数は、 K_0 件目の発生時間の平均時間数である $E_A(T) = 100 \cdot K_0/A$ の包絡線に収束

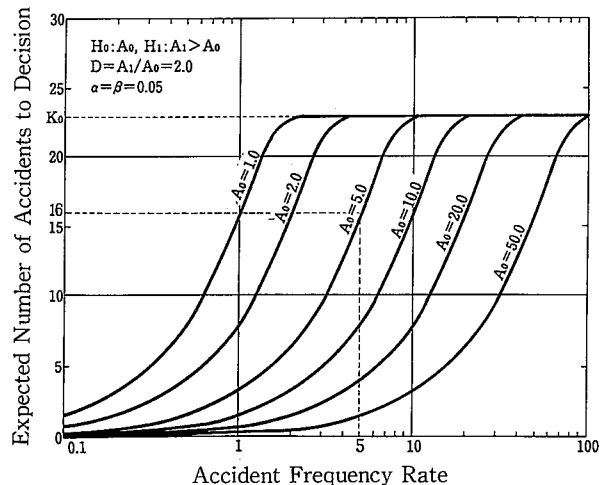


Fig. 5 Expected number of accidents to a decision by truncation test
平均評価災害件数 ($A_1 > A_0$)

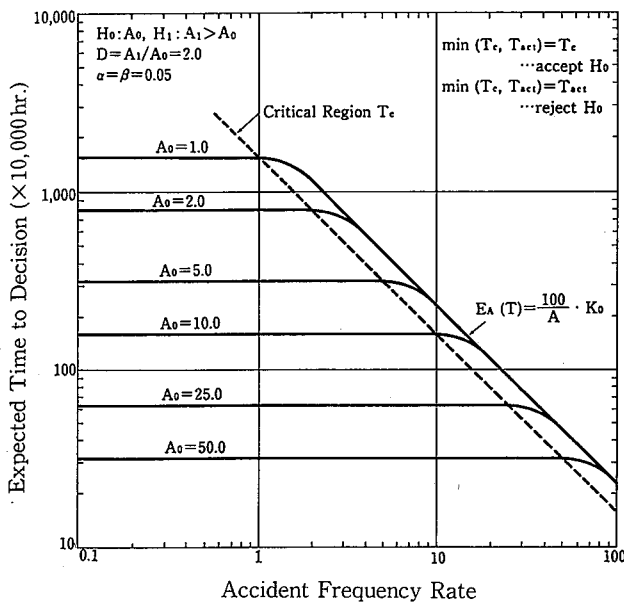


Fig. 6 Expected time to reach a decision by truncation test
平均評価時間数 ($A_1 > A_0$)

していることが示されている。いずれの場合でも、平均評価時間数は少なくとも T_c 以下である。

3.2 逐次検定の評価関数

逐次検定法における平均災害評価件数や平均評価時間数などの評価関数は以下の手順で求められる。まず次式を満足する $h(A)$ と A との関係を進め、

$$\int_0^{\infty} \left[\frac{\lambda_1 \exp\{-\lambda_1 t\}}{\lambda_0 \exp\{-\lambda_0 t\}} \right]^{h(A)} \cdot \lambda \exp\{-\lambda t\} dt = 1$$

ただし、 $\lambda = A/100$ より

$$A = \frac{(A_1 - A_0) \cdot h(A)}{\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^{h(A)} - 1} \quad (19)$$

つぎに、上で得られた (A と $h(A)$) の対形式を関数として、作用特性関数 (パラメータ A が真のとき、帰無仮説 H_0 を採択する確率 $L(A)$) が次式で得られる。

$$L(A) = \frac{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^{h(A)} - 1}{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^{h(A)} - \left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)^{h(A)}} \quad (20)$$

また、帰無仮説および対立仮説の下での対数尤度比情報量 (カルバック情報量) が次式で得られ、

$$\begin{aligned} E_A(z) &= \int_0^{\infty} \left[\ln \frac{\lambda_1 \exp\{-\lambda_1 t\}}{\lambda_0 \exp\{-\lambda_0 t\}} \right] \lambda \exp\{-\lambda t\} dt \\ &= \ln\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right) - \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda} \\ &= \ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right) - \frac{A_1 - A_0}{A} \end{aligned} \quad (21)$$

上で得られた $L(A)$ $E_A(Z)$ を用いて、

$$E_A(n) = \frac{L(A) \cdot \ln B + [1 - L(A)] \cdot \ln A}{\ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right) - (A_1 - A_0)/A} \quad (22)$$

によって、逐次検定法での平均評価災害件数を求めることが出来る。またこの値を用いて更に平均評価時間数が次式で得られる。

$$E_A(T) = \frac{100}{A} \cdot E_A(n) \quad (23)$$

ただし、 $A = (A_1 - A_0) / \ln(A_1/A_0) = u$ のときは(22)式の分母は0となり、このときの平均評価件数は、

$$E_{A=u}(n) = \frac{-\ln A \cdot \ln B}{[\ln(A_1/A_0)]^2} \quad (24)$$

また、そのときの平均評価時間数は次式となる。

$$E_{A=u}(T) = \frac{-100 \cdot \ln A \cdot \ln B}{(A_1/A_0) \cdot \ln(A_1/A_0)} \quad (25)$$

上で述べた逐次仮説検定法の評価関数をより具体的に示す例として、ここでは、 $H_1: A_1 > A_0$ の場合について、 $H_0: A_0 = 5.0$, $H_1: A_1 = 10.0$ ($D = 2.0$) の設定仮説のもとで、統計的過誤が $\alpha = \beta = 0.05$ の水準による逐次検定を想定し、以下の計算を行った。

まず、 $h(A)$ と A との関係は(19)式から求め、その結果をFig. 7に示した。 $h(A)$ は A に関して単調に減少していることがわかる。

ついで、同図に示される ($h(A)$, A) の対形式の結果を用いて(20)式より、当該逐次検定法の作用特性関数 (OC 曲線) を求めるとFig. 8となる。同図より、度数率が $A = 5.0$ のときの $L(A)$ は、帰無仮説値 A_0 のもとで H_0 を採択する確率 $1 - \alpha = 0.95$ に等しく、また $A = 10.0$ のときは対立仮説値のもとで帰無仮説が採択

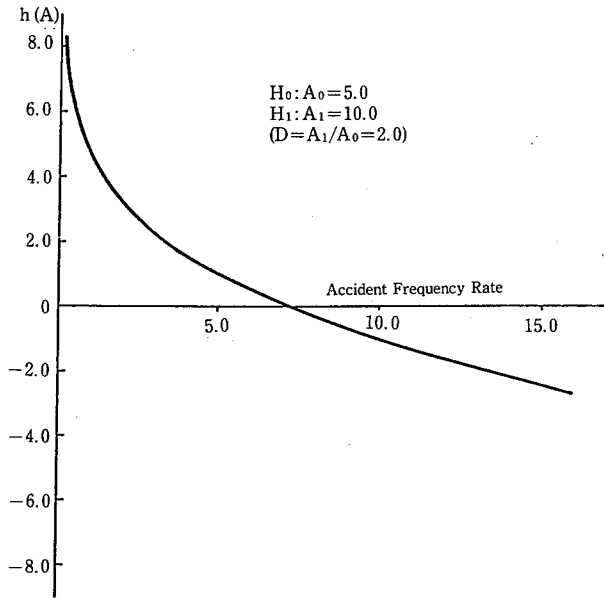


Fig. 7 Relation between $h(A)$ and accident frequency rate A
 $h(A)$ と度数率 A との関係 ($A_1 > A_0$)

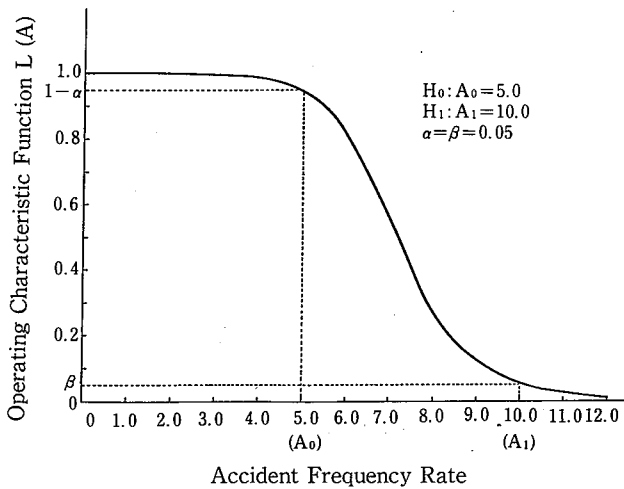


Fig. 8 Operating characteristics function of sequential test
 逐次検定法の作用特性関数 $L(A)$ ($A_1 > A_0$)

される確率 $\beta = 0.05$ に等しいことが容易に見てとれる。

更に、この $L(A)$ を利用して(22)式より平均評価災害件数が求められ、その結果を Fig. 9 に示した。同図には、前節で調べた(16)式による打ち切り方式による平均評価災害件数を比較のために付け加えておいた。

同図より、度数率がいかなる値であっても、逐次検定法による平均評価災害件数は、前節の打ち切り方式による検定の評価件数よりも少ないことが示されている。例えば、 $A = 5.0$ のときの平均件数は打ち切り方式では16件であるが、逐次検定法では約8.6件程である。また、打ち切り方式では $A \geq 2A_0$ の領域では K_0 の収束しているのに対して (Fig. 5)、逐次検定方式では A が $h(A) = 0$ となる $(A_1 - A_0) / 1n(A_1/A_0)$ 近傍で極値をもったのち急激に減少していることが示されている。この性質は、度数率が $A_1 > A_0$ であることを予想して対立仮説を設定する検定では、評価件数を少なくする上で効果的な特性であると思われる。

またこの図からさらに、逐次検定が終了するまでの平均的な評価時間を求めることが出来、その結果を Fig. 10 に示した。

同図には、打ち切り方式による平均評価時間とともに、 K_0 件目の棄却域 (図中の破線) もあわせて記した。同図より、平均評価件数と同様に、すべての A に対して逐次検定法による平均評価時間数は打ち切り方式によるそれよりも少ないことが示されている。例えば、度数率が対立仮説値 $A = 10.0$ に等しいとき、打ち切り方式では228.7万時間であるのに対し、逐次検定方式での平均評価時間数は137.2万時間と、丁度40%ほど改善されていることがわかる。また、打ち切り方式では、

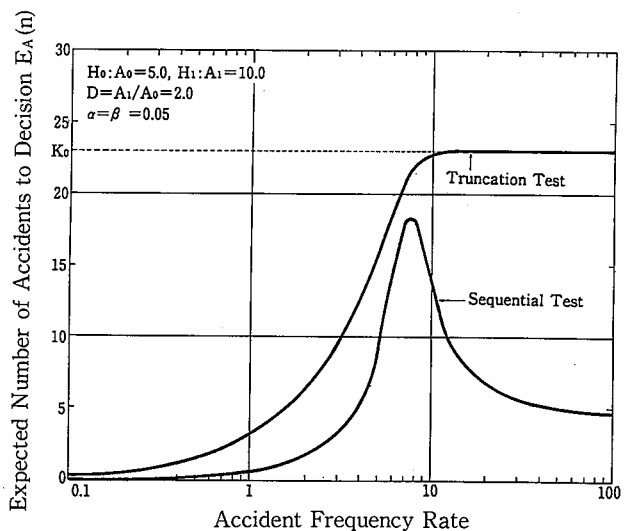


Fig. 9 Expected number of accidents to a decision by sequential test ($A_1 > A_0$)
 平均評価災害件数 ($A_1 > A_0$)

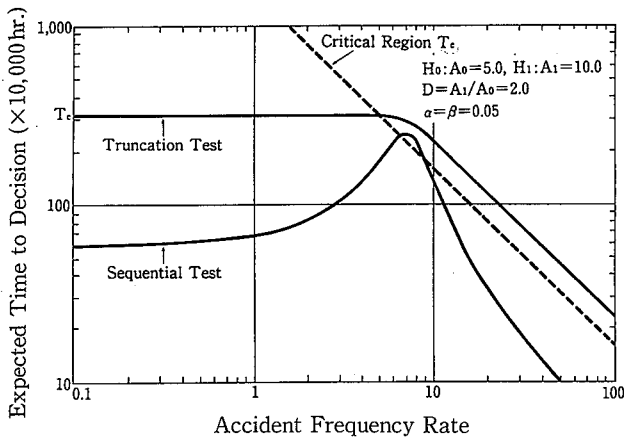


Fig. 10 Expected time to reach a decision by sequential test ($A_1 > A_0$)

平均評価時間数 ($A_1 > A_0$)

$A \leq A_0$ の領域にあつては K_0 件目の棄却域値 T_c に平均評価時間数は収束しているが、逐次検定方式では $A \leq A_0$ であっても評価時間が減少していることが特徴としてあげられる。

3.3 基準化変数による評価関数の記述

前節までの考察から、帰無仮説 A_0 、対立仮説 A_1 (従つて判別比 $D = A_1/A_0$)、並びに第 1 種過誤 α 及び第 2 種過誤 β などの検定に関する条件を定めると、これらの条件を満たす最小災害件数 K_0 や、棄却時間 T_c が (3)~(6) 式で求められること、また、これらの値を用いて (16)~(18) 式から任意の度数率 A に対する平均的な評価件数 $E_A(n)$ や評価時間数 $E_A(T)$ が得られることがわかつた。

ところで Table 1, 2 に示される通り、 K_0 は α と β および $D (= A_1/A_0)$ の関数として与えられており、帰無仮説および対立仮説の設定値については判別比 ($D = A_1/A_0$) が問題となっている。

ところが、(4) または (6) 式に示される様に、棄却域 T_c は帰無仮説 A_0 の関数で与えられているので、同一の判別比 $D(A_1/A_0)$ で同じ最小必要評価件数 K_0 件の検定であっても、帰無仮説 A_0 が変わるたびに T_c も異なってくる。つまり、同一判別比に対する検定であっても、帰無仮説 A_0 ごとに平均評価件数 $E_A(n)$ および平均評価時間数 $E_A(T)$ が異なっており、このことは、Fig. 9, Fig. 10 において種々の A_0 に対して平均評価件数や平均評価時間数が示されているとおりでである。

同様なことが、逐次検定法においてもいえる。すな

わち、仮りに判別比 $D(A_1/A_0)$ が一定であっても、(19) 以降 (23) 式までで計算される平均評価件数 $E_A(n)$ や平均評価時間数 $E_A(T)$ は、帰無仮説 A_0 が変わるたびに異なっていることが示される。

このように、同じ K_0 であっても帰無仮説 A_0 ごとにそれぞれ異なつた平均評価件数や平均評価時間数を求めなければならない計算の煩雑さを解消するために、本節では、任意の度数率 A と帰無仮説 A_0 との比 $R = A/A_0$ を相対度数率と定義し、この相対度数率によって平均評価件数、あるいは平均評価時間数を一元的に評価することを試みた。

まず、(16) 式で与えられる平均評価災害件数を、検定条件が $D > 1$ ($A_1 > A_0$) の場合について、(4) 式等を用いて具体物な形で表現すると、

$$E_A(n) = \left(\frac{A}{A_0} \right) \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \times \left[\sum_{x=0}^{K_0-2} \frac{\left(\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right)^x}{x!} \times \exp \left\{ -\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right\} \right] + K_0 \left[1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} \frac{\left(\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right)^x}{x!} \times \exp \left\{ -\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right\} \right] \quad (16')$$

となり、 $E_A(n)$ が α 、 β 、 $D(A_1/A_0)$ 、 K_0 および $R(A/A_0)$ の関数であることがわかる。ここで、 K_0 は $D(A_1/A_0)$ によって異なるので、上式を K_0 で除して基準化すれば平均評価件数は次式となる。

$$\frac{E_{A/A_0}(n)}{K_0} = \left(\frac{1}{K_0} \right) \left(\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right) \times \left[\sum_{x=0}^{K_0-2} \frac{\left(\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right)^x}{x!} \times \exp \left\{ -\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right\} \right] + \left[1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} \frac{\left(\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right)^x}{x!} \times \exp \left\{ -\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0; 1 - \alpha)}{2} \right\} \right] \quad (26)$$

かくして、前式で示される通り、検定条件 (α , β , $D(A_1/A_0)$, K_0) をパラメータとして、相対災害度数率 $R(A/A_0)$ を関数とする基準化された平均評価災害件数が得られる。

Fig. 11 には $\alpha = \beta = 0.05$ のときの、 $D = 1.50 \sim 10.0$ 間の 6 種類の判別比の検定に対する基準化 (相対) 平均評価件数を求めた結果を示した。同図から、判別比 D が大きいほど、言い換えれば K_0 が少ないほど、仮説検定が終了するまでの平均評価件数は相対的に少なくなることが知られる。

また Fig. 5 において、 $\alpha = \beta = 0.05$, $D = 2.0$, $H_0: A_0 = 5.0$ の検定では、 $A = 5.0$ のとき、平均評価件数が約 16 件目の災害で仮説検定が完了することが示されていた。このことは、Fig. 11 では、 $D = 2.0$ の検定曲線で $R(A/A_0) = 1.0$ のときの相対平均評価件数が 0.68 で与えられており、一方最小必要件数は $D = 2.0$ の時は $K_0 = 23$ であるので、 $23 \times 0.68 = 15.64$ が平均評価件数として計算されることから確かめられる。また、Fig. 5 には、 $D = 2.0$ の検定における様々な A_0 に対する平均評価件数の計算結果が示されているが、これらの曲線すべてが Fig. 11 における $D = 2.0$ の曲線で統一的に表現されることがわかる。

次に、同様な基準化を平均評価時間数について考えてみよう。前節で述べたように、検定方式がいずれの方式であっても、仮説検定に要する評価時間数は棄却域 T_c が最大限の値であるので、相対的な平均評価時間数を求めるための基準値には T_c を考えればよい。そこで (18) 式で与えられる平均評価時間数を T_c で除して基準化し、かつ、(4) 式等を用いた形で基準化平均評価時間数を求めると、 $D > 1$ の場合は次式で与えられる。

$$\frac{E_{A/A_0}(T)}{T_{cr}} = \left[\sum_{x=0}^{K_0-2} \frac{\left(\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0-1-\alpha)}{2} \right)^x}{x!} \times \exp \left\{ -\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0-1-\alpha)}{2} \right\} \right] + \frac{K_0}{\left(\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^0(2K_0-1-\alpha)}{2} \right)} \cdot \left[1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} \frac{\left(\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0-1-\alpha)}{2} \right)^x}{x!} \times \exp \left\{ -\frac{A}{A_0} \cdot \frac{\chi^2(2K_0-1-\alpha)}{2} \right\} \right] \quad (27)$$

上式の基準化された平均評価時間数は (26) 式と同様に、(α , β , $D(A_1/A_0)$, K_0) をパラメータとし、相対度数率 $R(A/A_0)$ を関数として表現されていることがわかる。

Fig. 12 には Fig. 11 と同じく、 $\alpha = \beta = 0.05$ のときの $D > 1$ の 6 種類の判別比の検定の相対的な平均評価時間数を計算した結果を示した。

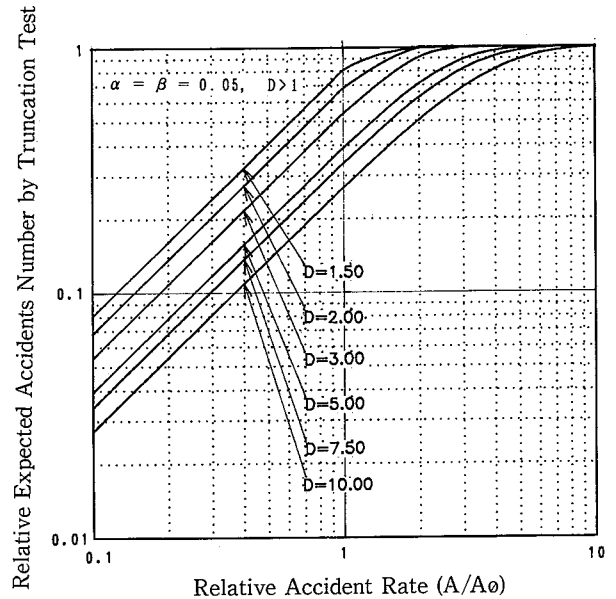


Fig. 11 Relative expected accidents number to reach a decision by truncation test
相対平均評価災害件数 ($A_1 > A_0$)

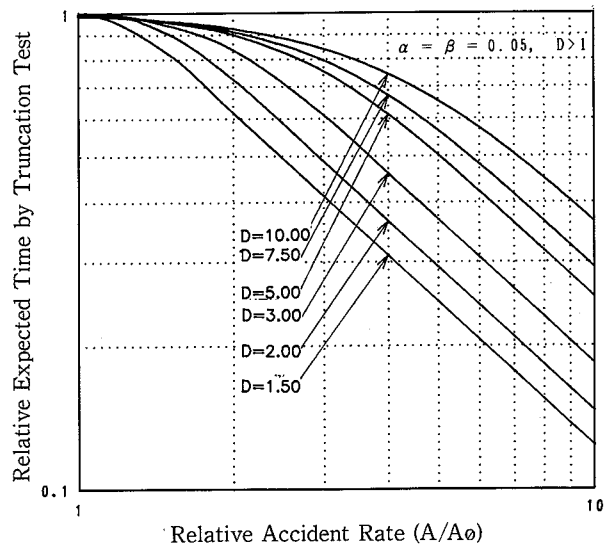


Fig. 12 Relative expected time to reach a decision by truncation test
相対平均評価時間数 ($A_1 > A_0$)

同図からは、Fig. 11とは逆に、判別比Dが小さいほど、すなわち K_0 の件数が多く棄却域 T_c が長いほど、相対的に平均評価時間数が短くなっていることが示されている。

また Fig. 6では、 $D=2.0$ 、 $\alpha = \beta = 0.05$ に対する検定の平均評価時間数を様々な帰無仮説値 A_0 について求めたが、これらの曲線群は Fig. 12での $D=2.0$ の曲線で一元的に表現されることが諒解される。

同様に $D < 1$ の仮説検定、すなわち、 $H_0: A = A_0$ に対して、 $H_1: A = A_1 < A_0$ の検定を行う場合の相対的な平均評価災害件数や平均評価時間数を求めてみよう。

$D < 1$ の場合での基準化された平均的な評価件数や評価時間数は、(26)、(27)式における $\chi^2(2K_0; 1 - \alpha) / 2$ を $\chi^2(2K_0; \alpha) / 2$ に置き換えることによって得られる。

Fig. 13はこのようにして得られた $D < 1$ の検定での基準化平均評価件数を $\alpha = \beta = 0.05$ の場合について示したものである。同図からは、Fig. 11とは逆に、判別比が大きくなり K_0 が多いほど、相対的に平均評価件数が少なくなることが示されている。

同様に Fig. 14には $D < 1$ の検定の基準化平均評価時間数について、いくつかの判別比について $\alpha = \beta = 0.05$ の検定結果を示した。

同図より、判別比が小さく棄却域 T_c が短い検定になるに従って、相対的に平均評価時間数も短くなることが示されている。

これらの図から、判別比Dが大きいほど、平均評価件数は相対的に小さな値となり、逆に平均評価時間数は判別比が小さいほど、相対的に短い評価時間数となることが諒解される。

以上、通常の打切方式による検定の平均評価件数や平均評価時間数を基準化したのち、相対度数率によって一元的に評価する方式を考察したが、同様なことを逐次検定法について検討すると以下のようなものである。

まず、対数尤度比関数の積率母関数を1に基準化する関数 $h(A)$ について考える。(19)式において両辺を A_0 で除し、 $h(A)$ を $h(A/A_0)$ に書き換えると

$$\frac{A}{A_0} = \frac{(A_1/A_0 - 1) \cdot h(A/A_0)}{\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^{h(A/A_0)} - 1} \quad (28)$$

となり、相対度数率 A/A_0 を関数とする基準化のための関数が得られる。またこの $h(A/A_0)$ を用いて、相対度数率を関数とする作用特性関数が次式で得られる。

$$L(A/A_0) = \frac{A^{h(A/A_0)} - 1}{A^{h(A/A_0)} - B^{h(A/A_0)}} \quad (29)$$

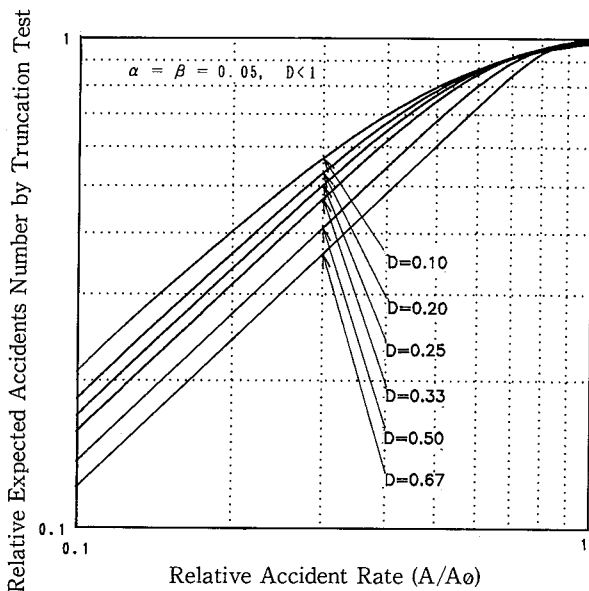


Fig. 13 Relative expected accidents number to reach a decision by truncation test
 相対平均評価災害件数 ($A_1 < A_0$)

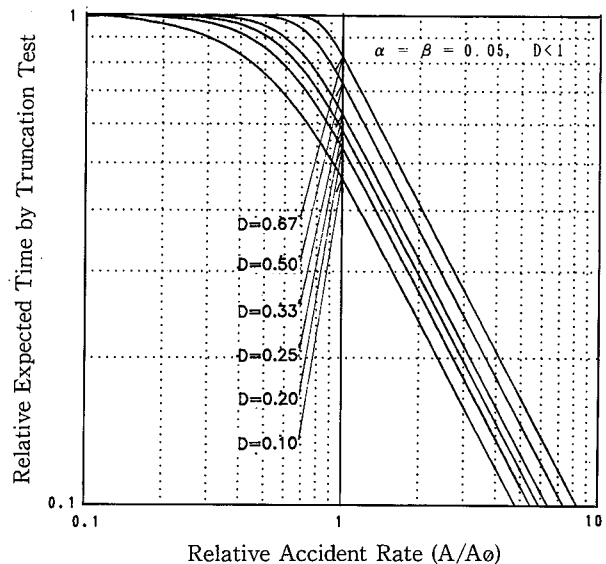


Fig. 14 Relative expected time to reach a decision by truncation test
 相対平均評価時間数 ($A_1 < A_0$)

さらに、上式より得られる $L(A/A_0)$, A/A_0 の関係から、検定に要する平均的な評価件数、並びに K_0 で基準化した平均評価件数が A/A_0 を関数として、それぞれ以下の式で求められる。

$$Es(n|A/A_0) = \frac{L\left(\frac{A}{A_0}\right)\ln B + \left[1 - L\left(\frac{A}{A_0}\right)\right]\ln A}{\ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right) - \left(\frac{A_1}{A_0} - 1\right) \cdot \left(\frac{A_0}{A}\right)} \quad (30)$$

$$\frac{Es(T|A/A_0)}{K_0} =$$

$$\left(\frac{1}{K_0}\right) \cdot \frac{L\left(\frac{A}{A_0}\right)\ln B + \left[1 - L\left(\frac{A}{A_0}\right)\right]\ln A}{\ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right) - \left(\frac{A_1}{A_0} - 1\right) \cdot \left(\frac{A_0}{A}\right)} \quad (31)$$

同様に T_c で基準化した平均評価時間数は、次の式で求められる。

$$\begin{aligned} \frac{Es(T|A/A_0)}{T_c} &= \\ &= \frac{1}{\frac{\chi^2(2K_0; 1-\alpha)}{2}} \times \\ &= \frac{L\left(\frac{A}{A_0}\right)\ln B + \left[1 - L\left(\frac{A}{A_0}\right)\right]\ln A}{\left(\frac{A}{A_0}\right)\ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right) - \left(\frac{A_1}{A_0} - 1\right)} \quad (32) \end{aligned}$$

これまで述べてきたことを具体的に示す事例として、ここでは、 $D > 1$ の場合の検定で、 $\alpha = \beta = 0.05$ のときの計算結果を以下に示す。

まず、Fig. 15 は、相対度数率 $R(A/A_0)$ と母関数基準化変数 $h(A/A_0)$ との関係いくつかの判別比について求めた結果である。同図より、判別比が小さいほど急勾配の曲線であることや、いずれの判別比の検定であっても、 $R=1.0$ のときは $h(R=1.0)=1$ となっている他、相対度数率が判別比の値と等しいときは h が -1 であること、すなわち、 $h(R=D)=-1$ であることが示されている。

次に Fig. 16 は、(29)式で与えられる相対度数率と作用特性関数との関係を示したものである。同図からは $R(A/A_0)=1.0$ 、すなわち度数率が帰無仮説 A_0 と等しいときの $L(A/A_0)$ の値は $1 - \alpha$ に等しく、またい

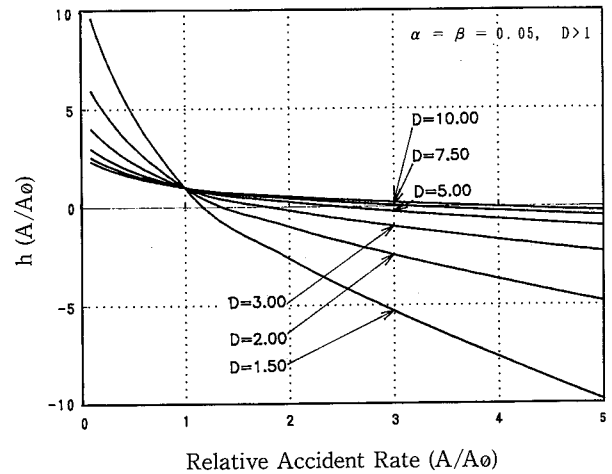


Fig. 15 Relation between $h(A/A_0)$ and relative accident frequency rate (A/A_0) ($A_1 > A_0$)
 $h(A/A_0)$ 相対度数率 (A/A_0) との関係 ($A_1 > A_0$)

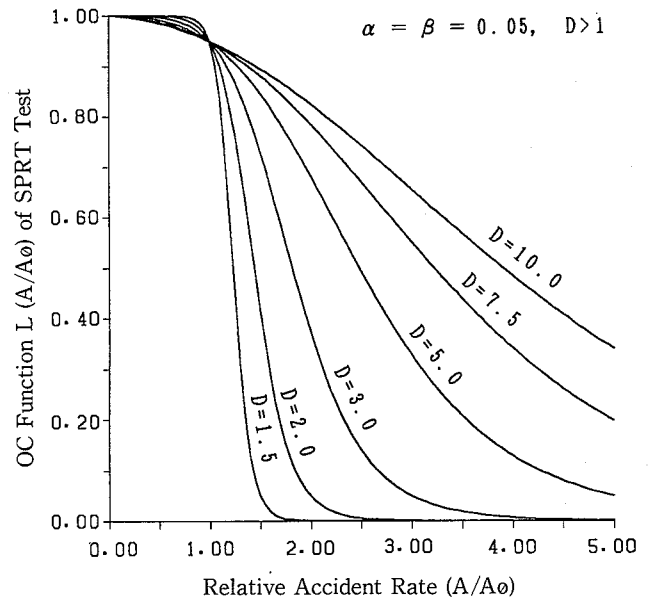


Fig. 16 Operating characteristics function of sequential test expressed by normalized accident frequency rate ($A_1 > A_0$)
相対度数率表示による逐次検定法の作用特性関数 ($A_1 > A_0$)

ずれの判別比にあっても $R=D$ のとき、つまり A が対立仮説 A_1 に等しいときの $L(A/A_0)$ は第2種過誤 β であることがわかる。

また Fig. 17 は、これらの計算結果を用いて(31)式によって基準化平均評価災害件数を求めたものである。

同図から、判別比の大きさの順に評価時間のピークが並んでいることや、最大ピーク値はほぼ0.8 ($D = 2.0, R = 1.52$)であることが分かる。つまり、 $\alpha = \beta = 0.05$ のもとでの逐次検定法では、最大限0.8 K_0 件の災害を考えておけばよいこととなる。また検定が完了するまでの相対的な評価件数は、判別比 D と相対度数率とによって異なるが、 R が大きい領域では、判別比が小さいほど (K_0 が多いほど)、相対的な評価件数が少なくなっているほか、Fig. 11 に示されるように、 $R = A/A_0$ が大きくなるに従って1に収束することは見受けられない。

更に Fig. 18 には、(32)式によって求めた基準化平均評価時間数を示したものである。同図から、検定が完了するまでの相対的な時間数は相対評価件数とほぼ似た傾向にあることが窺える。すなわち、判別比の順に応じたピーク値がみられ、また R が大きい領域では判別比が小さいほど相対時間数も少ないことが特徴としてあげられる。さらにピーク値の最大値は約0.8 ($D = 2.0, R = 1.40$)で、棄却時間の8割程を評価最大時間数と考えておけばよいことが分かる。

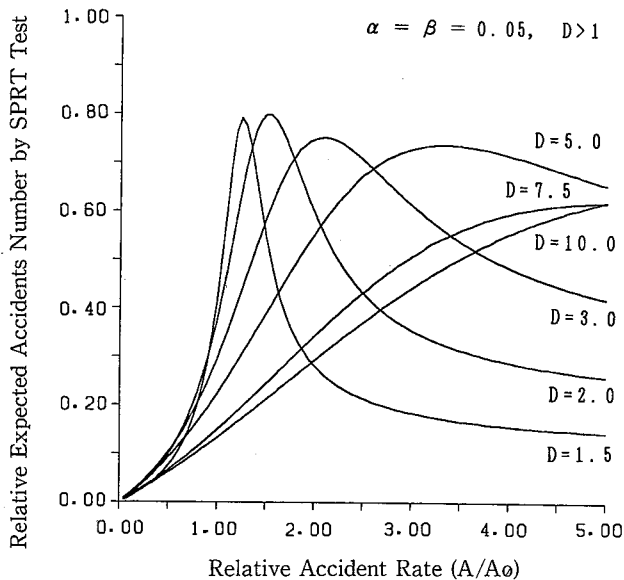


Fig. 17 Relative expected accidents number to reach a decision by sequential probability ratio test ($A_1 > A_0$)
逐次検定法による相対平均評価災害件数 ($A_1 > A_0$)

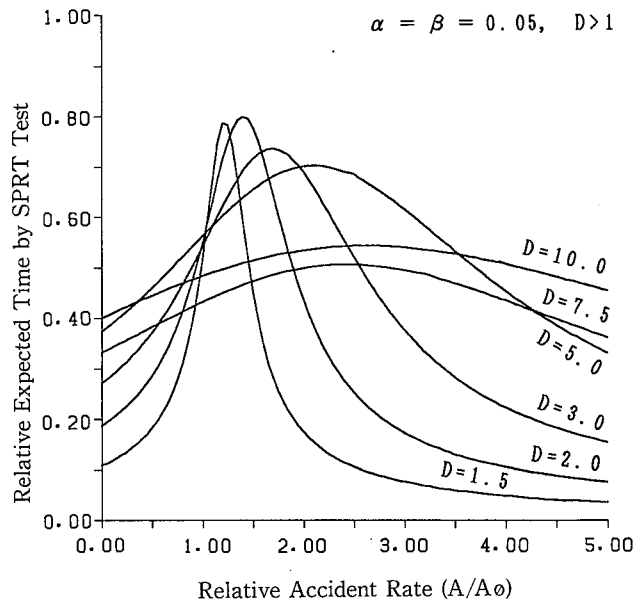


Fig. 18 Relative expected time to reach a decision by sequential probability ratio test ($A_1 > A_0$)
逐次検定法による相対平均評価時間数 ($A_1 > A_0$)

同様な分析を $D < 1, \alpha = \beta = 0.05$ の場合の逐次検定について行った結果を Fig. 19 以下 Fig. 22 までに示した。

まず Fig. 19 には、相対度数率 ($R = A/A_0$) と基準化変数 $h(A/A_0)$ との関係を示した。Fig. 15 と同様に度数率 A が帰無仮説 A_0 に等しい ($A/A_0 = 1$) とき、 $h(A/A_0) = 1$ であることや、また、 A が対立仮説 A_1 の値 ($A/A_0 = D$) のとき $h(A/A_0) = -1$ であることが分かる。

同じく Fig. 20 には相対度数率と作用特性関数との関係を示した。同図から、いずれの判別比の検定であっても、 $L(A/A_0 = 1) = 1 - \alpha$ および $L(A/A_0 = D) = \beta$ であることが確かめられる。

また Fig. 21 には基準化した平均評価災害件数をいくつかの判別比の検定について求めた結果を示した。同図から、ほぼ判別比の大きさの順でピークが現れ、また R が大きい範囲では判別比が大きいほど、相対的に少ない評価件数で検定が完了することがみてとれる。また Fig. 13 のように R が大きくなるに従って1に収束することはみられない。

更に Fig. 22 には基準化した平均評価時間数を求めた結果を示した。Fig. 21 と同様に判別比の大きさの順に

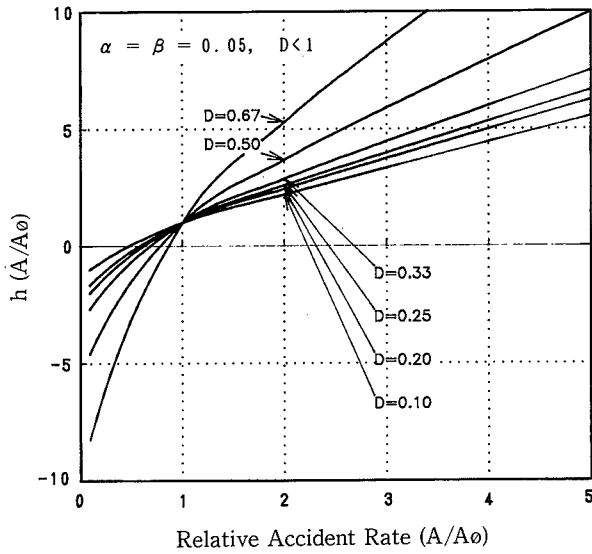


Fig. 19 Relation between $h(A/A_0)$ and relative accident frequency rate (A/A_0) ($A_1 < A_0$)
 $h(A/A_0)$ と相対度数率 (A/A_0) との関係 ($A_1 < A_0$)

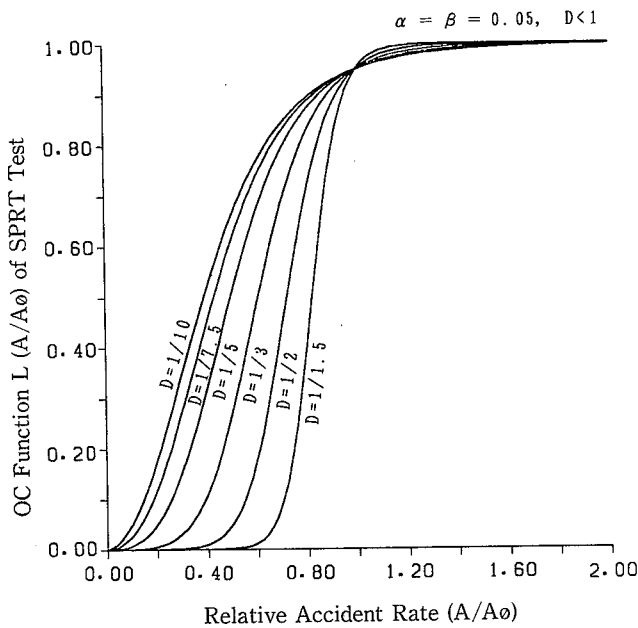


Fig. 20 Operating characteristics function of sequential test expressed by normalized accident frequency rate ($A_1 < A_0$)
 相対度数率表示による逐次検定法の作用特性関数 ($A_1 < A_0$)

ピークがみられるほか、 $R > 2$ の領域では判別比の影響は余り見られないようである。

以上、検定条件が変わる度に異なる評価災害件数や評価時間数を、最小必要災害件数 K_0 や棄却時間 T で基準化したのち、度数率 A を帰無仮説 A_0 で基準化した相対度数率 $R (= A/A_0)$ で統一的に記述することが出来ることを示した。

3.4 逐次検定法の効率の評価

本節ではこれまでに得られた知見を基に、本論文の目標のひとつである、逐次検定法が通常の仮説検定法に比べてどの程度改良された検定法であるかについての、検定効率の評価に関する考察を行うこととする。

通常の仮説検定および逐次検定における評価関数である平均評価災害件数や平均評価時間数は既に前節までで得られている。従って逐次検定法の通常の仮説検定法に対する検定評価の効率を調べるには、これらの評価関数の比を求めればよい。

ところで、前節で考察したように、評価関数は帰無仮説の値によって異なってくることから、検定効率を調べるにも、相対度数率を用いた評価関数で分析した

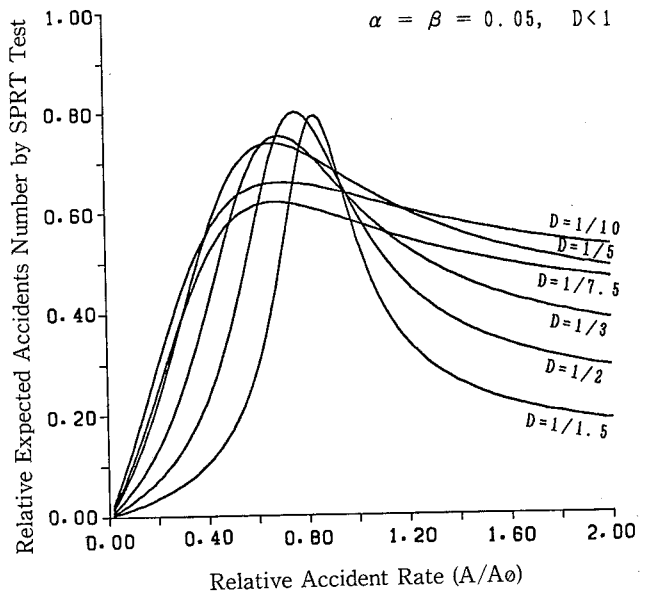


Fig. 21 Relative expected accidents number to reach a decision by sequential probability ratio test ($A_1 < A_0$)
 逐次検定法による相対平均評価災害件数 ($A_1 < A_0$)

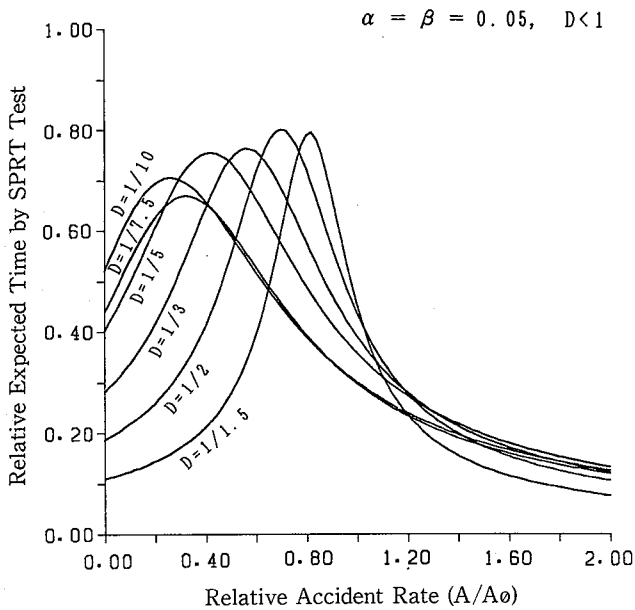


Fig. 22 Relative expected time to reach a decision by sequential probability ratio test ($A_1 < A_0$)
 逐次検定法による相対平均評価時間数 ($A_1 < A_0$)

方が便利と思われる。そこで、災害評価件数に関する効率には(31)式を(26)式で除し、一方災害評価時間数に関する効率には(32)式を(27)式で除して求めることとした。計算の結果、災害評価件数による効率と評価時間数による効率はともに等しく次式で表現されることが分かった。

$$Re\left(\frac{A}{A_0}\right) = \frac{Es(n | A/A_0)}{E_{A/A_0}(n)} = \frac{Es(T | A/A_0)}{E_{A/A_0}(T)} \quad (33)$$

計算例として、Fig. 23には、 $\alpha = \beta = 0.05$ の条件の下で $D > 1$ の検定を行ったときの、逐次検定法の相対効率を求めた結果を示した。同図から、i) 逐次検定法の相対効率は判別比と相対度数率に依存しており、判別比の小さな検定の相対効率が常に小さいとは限らないこと、ii) いずれの判別比の検定であっても相対効率にピークがみられ、かつそれらが判別比の大ききの順に並んでいること、iii) 相対効率の最大値は約0.86 ($D=2.0$, $R=1.45$)であり、通常の仮説検定に比べて少なくとも9割以下の災害件数、評価時間数で検定が完了すること、などが特徴としてあげられる。

また具体的な数値例として Fig. 10 において、 $A = 10.0$ のときの評価時間数が通常の仮説検定では228.7万時間であり、一方逐次検定法による評価時間

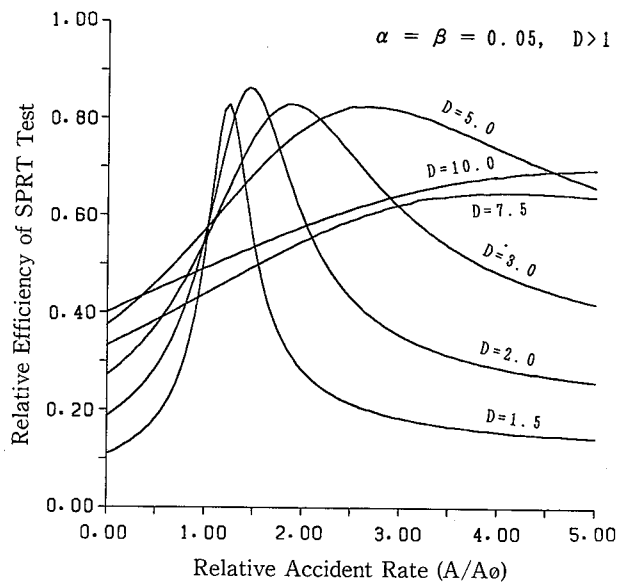


Fig. 23 Relative efficiency of sequential test ($A_1 > A_0$)
 逐次検定法の相対効率 ($A_1 > A_0$)

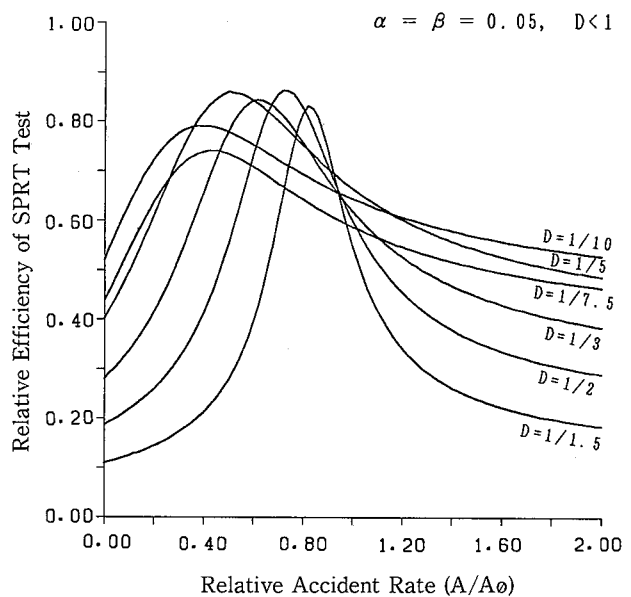


Fig. 24 Relative efficiency of sequential test ($A_1 < A_0$)
 逐次検定法の相対効率 ($A_1 < A_0$)

数は137.2時間と40%程評価時間数が改善されていたが、このことは Fig. 23 における $D=2.0$ の曲線で、 $R = A/A_0 = 10.0/5.0 = 2.0$ のとき $Re = 0.60$ であることから確かめられる。

同様に Fig. 24 には、 $D < 1$ の検定における逐次検定法の効率を計算した結果を示したものである。おおよ

その特徴は Fig. 23 と同じであることが同図からみとれる。

以上、逐次検定法によって、評価に要する災害件数や評価時間数が改善される度合（効率）が、 $(\alpha, \beta, D(A_1/A_0))$ をパラメータとし、かつ相対度数率 A/A_0 で統一的に表現しうることが明らかになった。

4. まとめ

以上、本論文では、事業所における労働安全性の水準を評価する方法として、労働災害が発生するまでの時間数を用いて、災害発生率の変動する過程を分析する手法について考察し、その具体的手法としての統計的仮説検定の評価関数について検討を加えた。分析では通常の仮説検定での災害評価件数や評価時間数などの評価関数のほか、少数の災害データで評価を行うことが可能な逐次検定法の評価関数やその効率について考察を加えた。本論文で検討した主な点を記すと、

①労働災害が発生する時間数の分布を、事業所での安全性評価指標として広く用いられている災害度数率と関連づけて記述することにより、ある度数率のもとでの災害発生時間数を確率的に評価出来ることを示した。

②労働災害発生時間数を用いて安全性評価を行うための仮説検定法の評価手順を示し、あわせて、統計的過誤を所定水準内で充足させるための必要評価件数や検定のための棄却時間数を求めた。

③通常の仮説検定と同等の統計的過誤を保証し、かつ評価に要する災害件数が少なく、評価時間数も短く済ませることが出来る逐次検定法を取り上げ、同手法を用いて災害発生率の変動を評価する手順を示すとともに、建築工事重大災害を事例として分析を行い、その災害動向を明らかにした。

④統計的仮説検定が終了するまでに要する評価災害件数の期待値（平均評価災害件数）や、評価時間数の期待値（平均評価時間数）などの仮説検定の評価関数を、通常の仮説検定法および逐次検定法についてそれぞれ求めた。

⑤平均評価災害件数や平均評価時間数は、帰無仮説値が変わるたびに異なった値をとる。そこで、検定での統計的過誤を充足する最小評価件数 K_0 や棄却時間数 T_c によってこれらの評価関数を基準化し、かつ任意の度数率 A と帰無仮説 A_0 との比 $(R = A/A_0)$ で示され

る相対度数率の関数として記述すれば、これらの式が帰無仮説値の変動に依存しない評価関数として、一元的に記述出来ることを明らかにした。

⑥逐次検定法における平均評価災害件数や平均評価時間数と、通常の仮説検定におけるそれとの比を相対効率と定義し、同効率を⑤と同じく、相対度数率によって一元的に表現できることを示した。分析の結果、検定効率は判別比や相対度数率によって異なることや、通常の仮説検定に比べて逐次検定は、評価件数や評価時間数が少なくとも10%以上改善された検定法であることを明らかにした。

(平成元年3月31日 受理)

参考文献

- 1) たとえば、労働災害動向調査報告（昭和62年版），労働大臣官房政策調査部，1988
- 2) 花安繁郎：災害発生間隔の分布に関する研究，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-26-3，1977
- 3) 花安繁郎：災害発生時間による安全水準の評価について，土木学会論文報告集，第301号，pp.105～113，1980
- 4) 花安繁郎：災害発生時間の分布に関する研究(2)，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-32-4，1984
- 5) 花安繁郎：労働災害発生系列の均質性に関する研究，建築学会構造系論文報告集，第352号，pp.1～9，1985
- 6) 花安繁郎：災害発生時間の分布に関する研究(3)，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-86-6，pp.69～92，1987
- 7) 近藤良夫，舟坂 渡編著：技術者のための統計的方法，共立出版，pp.82～89，1973
- 8) B. Epstein: Truncated Life Tests in the Exponential Case, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 25, pp.555～564, 1954
- 9) A. Wald: Sequential Analysis, John Wiley & Sons, 1947
- 10) B. Epstein and M. Sobel: Sequential Life Test in the Exponential Case, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 26, pp.82～93, 1955